

Elektromagnetische Induktion
im Erdinneren, studiert am Rheingraben

Gernot Reitmayr

1974



Digitized by the Internet Archive
in 2026

Elektromagnetische Induktion im Erdinneren,
studiert am Rheingraben

Inaugural-Dissertation
zur
Erlangung des Doktorgrades
der
Fakultät für Geowissenschaften
der
Ludwig-Maximilians-Universität
München

vorgelegt
von
Gernot Reitmayr

Juli 1974



1. Berichterstatter: Prof. Dr. G. Angenheister

2. Berichterstatter: Prof. Dr. H. Soffel

Tag der mündlichen Prüfung: 27. September 1974

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	7
A. <u>Theoretische Grundlagen zur Beschreibung der elektromagnetischen Induktion</u>	9
I. <u>Grundgleichungen der Elektrodynamik</u>	9
II. <u>Elektromagnetische Induktion als globales Phänomen</u>	18
III. <u>Elektromagnetischen Induktion im regionalen Maßstab (als Problem höchstens zwei-dimensionaler Konfiguration)</u>	24
III.1. Abwesenheit von lateralen Inhomogenitäten im leitfähigen Untergrund	26
1.1. Die Grundgleichungen der E-H- und Z-H-Relationen	27
1.1. Berechnung der Induktions-Wirkung bei vorgegebenen Leitfähigkeits-Modellen	33
1.2.1. Das ein-dimensionale Modell	33
1.2.2. Ein-dimensionale Leitfähigkeits-Verteilung bei inhomogener Anregung	38
III.2. Die Induktion durch quasihomogene Felder in einem zwei-dimensionalen Leitfähigkeits-Modell	39
2.1. Die Grundgleichungen der E-H- und Z-H-Relationen	39
2.2. Modellrechnung mit zwei-dimensionalen Leitfähigkeits-Verteilungen	45
2.2.1. Die SCHMUCKER'sche Methode der dünnen, inhomogenen Schicht über ein-dimensionalem Substratum	46

2.2.2. Modelle beliebiger zwei-dimensionaler Konfiguration	54
Methode der endlichen Differenzen	55
 B. <u>Verarbeitung der Geländemessungen</u>	 65
IV. <u>Frequenz-Analyse der natürlichen zeitlichen Variationen der elektromagnetischen Felder</u>	65
IV.1. Harmonische Analyse	66
IV.2. Digitale Bandpaß-Filter	72
IV.3. Statistische Frequenz-Analyse	81
V. <u>Datenreduktion mit Methoden der Statistik</u>	83
V.1. Die Problemstellung	83
V.2. Mittelung über einen Periodenbereich	85
V.3. Ausgleichsrechnung nach der Methode der Minimalisierung der Abweichungs-Quadrate	87
V.4. Magnetotellurik: Bestimmung von ρ_s und Phasen zwischen E und H	89
V.5. Erdmagnetische Tiefensondierung	93
5.1. Berechnen der Induktions-Pfeile	93
5.2. Trennung von normalen und anomalen Feldanteilen	94
 C. <u>Das Objekt der Untersuchungen: der Rheingraben</u>	 104
VI. <u>Ergebnisse geowissenschaftlicher Studien</u>	104
VI.1. Beispiel einer Taphrogenese	104
VI.2. Beiträge der Geophysik	105
seismische Untersuchungen	105
gravimetrische Messungen	106
geothermische Beobachtungen	109

Methoden zur Bestimmung der elektrischen Leitfähigkeit	110
VII. <u>Die eigenen Messungen der Variationen des erdelektrischen und erdmagnetischen Feldes auf einem Profil über den Rheingraben und deren Interpretation</u>	113
VII.1. Die Messungen	113
VII.2. Ergebnisse der magnetotellurischen Messun- gen	114
VII.3. Ergebnisse der Methode der Erdmagnetischen Tiefensondierung	127
VII.4. Interpretationen mit zwei-dimensionalen Modellen	136
4.1. <u>Neue Probleme bei der Berücksichtigung ei- ner "zweiten Dimension" in der Leitfähig- keits-Verteilung</u>	136
4.2. Laterale Leitfähigkeits-Änderungen nur in der Deckschicht	138
4.3. Laterale Leitfähigkeits-Änderungen auch im tieferen Untergrund	144
Zusammenfassung	148
Literatur	152
Danksagungen	161
Lebenslauf	162

Einleitung

Als "jüngste wissenschaftliche Revolution" versteht J.T. WILSON das neue "Weltbild" im Bereich der Geowissenschaften, das sich erst im letzten Jahrzehnt voll durchgesetzt hat: die vorher nur von "Häretikern" vertretene Idee, daß die Kontinente nicht unbewegliche Teile in einer starren Erdkruste sind, sondern Flößen gleich auf einem "fluiden" Material schwerer Dichte triftten und dabei miteinander kollidieren, sich vereinigen und wieder zerbrechen - für einen distanzierten Betrachter ein Vorgang von atemberaubender Dynamik. Vielleicht hat diese "Revolution" nicht dieselben Auswirkungen wie andere fundamentale Veränderungen in der Geschichte der Naturwissenschaften, wie etwa der Übergang von der phlogistischen Alchimie zur modernen Chemie, sicher aber wird diese neue Idee noch Generationen zumindest von Wissenschaftlern in ihren Bann ziehen. Im Rahmen dieser Erkenntnis ist das international erwachte Interesse an dem weltweiten Spalten- oder Rift-System in der Erdkruste zu verstehen, an dem das Zerbrechen und die Bewegungen der Krustenteile studiert werden können. Das Rheintal nun, gleichsam eine Modellstruktur solch einer Spalte - in der Fachliteratur wird heute (auch international) der Begriff "Graben" verwendet - und ausgezeichnet durch die zentrale Lage in Europa, ist wohl die am meisten untersuchte Struktur dieser Art.

Auch in der vorliegenden Arbeit wird der Rheingraben als Studienobjekt benützt, unter dem ganz speziellen Aspekt, die Strukturen in der Verteilung der elektrischen Leitfähigkeit vor allem im tieferen Untergrund zu erhellen. Die elektrische Leitfähigkeit ist auf Grund der Halbleiter-Eigenschaften der Gesteine im oberen Erdmantel vermutlich ein guter Indikator für die Temperatur-

Verteilung in der Tiefe, aus der wiederum Rückschlüsse auf mögliche Bewegungen der Materie im Erdinneren zu ziehen sind. Man darf wohl mit Recht hoffen, auf diese Weise ein größeres Verständnis für Entstehung und Entwicklung unserer Erde, wie sie heute ist oder in Zukunft sein wird, zu gewinnen.

Nicht nur dieses verstärkte Interesse am Studienobjekt des Rheingrabens ist neueren Datums, auch die hier angewandten Methoden, die der Magnetotellurik und die der Erdmagnetischen Tiefensondierung, befinden sich gleichsam in einer ersten Phase der Erprobung. Erst die grundlegende Arbeit von CAGNIARD 1953 hat es ermöglicht, die Phänomene der elektromagnetischen Induktion im Erdinneren auch quantitativ zu interpretieren, allerdings auch da nur unter der sehr einschränkenden Bedingung, daß keine lateralen Änderungen der Leitfähigkeit im untersuchten Gebiet vorhanden sind. Solch eine "normale" Situation scheint aber in der Natur gerade ein Sonderfall zu sein. Die Entwicklung von elektronischen Großrechenanlagen hat dann erst die Voraussetzungen geschaffen, die Induktionswirkung auch an komplizierteren Modellen zu berechnen. Kaum fünf Jahre sind es schließlich her, daß sich die Berechnung an sogenannten zwei-dimensionalen Leitfähigkeits-Verteilungen auch für die Interpretation von Feldmessungen durchzusetzen scheint.

A. Theoretische Grundlagen zur Beschreibung der elektromagnetischen Induktion

I. Grundgleichungen der Elektrodynamik

Das Phänomen der elektromagnetischen Induktion wird innerhalb der physikalischen Theorie der Elektrodynamik behandelt. Es hat sich eingebürgert, folgende Größen für die mathematische Formulierung zu verwenden:

Elektrisches Feld	$\vec{E}$
Dielektrische Verschiebung	$\vec{D}$
Magnetisches Feld	$\vec{H}$
Induktionsflußdichte	$\vec{B}$
Stromdichte	$\vec{j}$
Vektorpotential	$\vec{A}$
Skalare Potentiale	φ, χ, V, U
Elektrische Raumladung	η
Dielektrizitäts Konstante	ϵ
Permeabilität	μ
Leitfähigkeit	σ
Integrierte Leitfähigkeit	τ
Spezifischer Widerstand	ρ
Scheinbarer spezifischer Widerstand	ρ_s

Der Zusammenhang zwischen den einzelnen Feldgrößen ist zunächst durch die vier Maxwell'schen Gleichungen gegeben (Formulierung hier in elektromagnetischen cgs-Einheiten):

$$\text{rot } \vec{E} = -\dot{\vec{B}} \quad (1)$$

$$\text{rot } \vec{H} = 4\pi\vec{j} + \dot{\vec{D}} \quad (2)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (3)$$

$$\text{div } \vec{D} = 4\pi\eta \quad (4)$$

Dazu kommen die sogenannten Materialgleichungen, die für nicht-ferromagnetische und nicht-ferroelektrische Stoffe folgendermaßen lauten:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (5)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (6)$$

und schließlich das verallgemeinerte Ohm'sche Gesetz

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (7)$$

Die vektoriellen Feldgrößen $\vec{E}$, $\vec{H}$, $\vec{D}$, $\vec{B}$, $\vec{j}$ können dabei aufgefaßt werden als Funktionen von drei Raumkoordinaten (z.B. der kartesischen Koordinaten x, y, z) und der Zeit t , die in isotropen Medien skalaren Materialgrößen ϵ , μ , η , σ als Funktionen nur der drei Raumkoordinaten (, wenn man von hochfrequenten Felder absieht, wie sie in der Elektrotechnik erzeugt werden).

Wendet man den Operator div auf (2) an, ergibt sich ($\text{div rot } \vec{H} = 0$)

$$4\pi \text{div } \vec{j} = -\text{div } \dot{\vec{D}} \quad \text{und mit Berücksichtigung von (4)}$$

$$\text{div } \vec{j} = -\dot{\eta} \quad (8),$$

was als Kontinuitätsgleichung bezeichnet wird.

Für manche Betrachtungen ist es zweckmäßig, Potentiale einzuführen. (Wir werden kurz davon im Kap. II Gebrauch machen.) Gleichung (3) erlaubt, die Induktionsflußdichte $\vec{B}$ als die Rotation eines Vektorpotentials $\vec{A}$ darzustellen

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A} \quad (9)$$

Aus (1) folgt damit

$$\text{rot } (\vec{E} + \dot{\vec{A}}) = 0,$$

was erlaubt, den in der Klammer stehenden Vektor aus ei-

nem skalaren Potential φ abzuleiten

$$\vec{E} + \dot{\vec{A}} = -\text{grad } \varphi$$

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi - \dot{\vec{A}} \quad (10)$$

Dabei sind die Potentiale nicht eindeutig bestimmt; es existiert eine ganze Mannigfaltigkeit folgender Form

$$\vec{A}' = \vec{A} + \text{grad } \varphi$$

$$\varphi' = \varphi - \dot{\chi}$$

mit χ als einer beliebigen, differenzierbaren, skalaren Funktion des Ortes und der Zeit (z.B. $\chi = \varphi$). Alle diese Potentiale erfüllen Gleichung (9) und (10). Für die verschiedenen Probleme - z.B. zur Herleitung der Diffusionsgleichung (16) - kann man sich geeignete Potentiale wählen: man kann etwa verlangen, daß

$$\text{div } \vec{A} = 0, \text{ was als Coulomb-Eichung bezeichnet wird,} \\ \text{oder auch}$$

$$\varphi = 0$$

Diese Grundgleichungen (1) - (8) können für unser spezielles Problem vereinfacht werden:

- 1) Die Permeabilität μ kann mit guter Näherung als 1 angenommen werden (s.z.B. TOZER 1959). Nennenswert von 1 abweichende Permeabilität haben nur ferromagnetische Materialien, die, abgesehen von lokalen Anreicherungen, in den Gesteinen nur akzessorisch auftreten. Ihr Ferromagnetismus verschwindet bei $T > 675^\circ$ (Curie-Temperatur von Hämatit), einer Temperatur, die im Erdinneren in einer Tiefe von etwa 20 km erreicht wird. Für globale Studien ist so die Annahme $\mu = 1$ sicherlich erlaubt. Aber auch unterhalb dieser Temperatur haben die Gesteine, die in größeren Volumina in der Erdkruste vor-

kommen, eine nur gering von 1 abweichende Permeabilität. KEMMERLE (1973) stellt eine kleine Liste von Werten aus der Literatur zusammen. Die Abweichungen vom Wert 1 sind maximal 0.25%.

2) Der Summand $\dot{\vec{D}}$ auf der rechten Seite von (2), der als Verschiebungsstrom bezeichnet wird, kann gegenüber dem ersten vernachlässigt werden (quasistationäre Näherung), wenn gilt:

$$4\pi\vec{J} \gg \dot{\vec{D}} \quad (11)$$

Für mit der Periode T oszillierende Felder gilt mit (5)

$$\dot{\vec{D}} \sim \frac{\epsilon \vec{E}}{T} \quad (12)$$

(~ soll "proportional und in der Größenordnung" bedeuten) und unter Berücksichtigung von (7)

$$\dot{\vec{D}} \sim \frac{\epsilon}{T\sigma} \vec{J}$$

Die Gleichung (11) ist dann gültig, wenn gilt

$$T \gg \frac{\epsilon}{\sigma}$$

Im Maßsystem der elektromagnetischen Einheiten und für $\mu = 1$ ist ϵ in der Größenordnung von c^{-2} ($c = 3 \cdot 10^{10}$ cm·s⁻¹ als Lichtgeschwindigkeit; Maxwell'sche Relation

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}})$$

a) Die spezifischen Leitfähigkeiten in der Erde sind von der Größenordnung von 10^{-11} bis 10^{-15} (dies entspricht einem Widerstand von 1 bis 10^4 Ohm·m als mks Einheit, die in der Praxis oft benutzt wird), d.h. für Perioden

$$T \gg (3 \cdot 10^{10})^{-2} \cdot 10^{15} = 10^{-6} \text{ s}$$

ist (11) noch erfüllt. Bei den geophysikalischen

Verfahren, die sich der elektromagnetischen Induktion durch natürliche Variationen bedienen, werden gewöhnlich als kürzeste solch um 1 s verwendet. Die quasistationäre Näherung ist also sicher erlaubt für Gebiete innerhalb der Erde.

- b) Für das nichtleitende Gebiet außerhalb der Erde läßt sich die Abschätzung erweitern:

Aus (1) erkennt man mit (6), daß

$$\vec{H} = \frac{1}{L\mu} \vec{E},$$

wenn L eine Länge ist, die als Maß für laterale (örtliche) Änderungen, etwa für die Ausdehnung des betrachteten Gebietes angenommen werden kann. Weiter folgt dann

$$\begin{aligned} \vec{H} &= T \frac{\vec{E}}{L\mu} \quad \text{und schließlich} \\ \text{rot } \vec{H} &= T \frac{\vec{E}}{L^2\mu} . \end{aligned} \quad (13)$$

Die Bedingung (11) lautet mit (2) und (12)

$$\text{rot } \vec{H} \gg \dot{\vec{D}} = \frac{\epsilon}{T} \vec{E}$$

und gilt genau dann, wenn erfüllt ist

$$\begin{aligned} T \frac{\vec{E}}{L^2\mu} &\gg \frac{\epsilon}{T} \vec{E} \quad \text{oder} \\ T &\gg \sqrt{\epsilon\mu} L . \end{aligned}$$

Nehmen wir für L den Erdumfang $L = 4 \cdot 10^9$ cm an, und ist $\sqrt{\epsilon}$ in der Größenordnung von c^{-1} , $\mu = 1$, wie unter Punkt 1) gezeigt, so gilt

$$T \gg (3 \cdot 10^{10})^{-1} \cdot 4 \cdot 10^9 = 10^{-1} \text{ s}$$

Also auch für die Luft mit ihrer nahezu verschwindenden Leitfähigkeit ist die quasistationäre Näherung erlaubt, wenn die analysierten Perioden nicht

sehr viel kürzer als 1 s sind. (2) kann also für unsere Betrachtungen immer geschrieben werden

$$\text{rot } \vec{H} = 4\pi \vec{J} \quad (2')$$

3) Das Stromfeld $\vec{J}$ kann als quellenfrei angenommen werden. Mit (5) und (7) gilt

$$\text{div } \vec{J} = \text{div } \sigma \vec{E} = \text{div } \frac{\sigma}{\epsilon} \vec{D} = \frac{\sigma}{\epsilon} \text{div } \vec{D} + \frac{\epsilon}{\sigma} \vec{J} \text{ grad } \frac{\sigma}{\epsilon} \quad (8)$$

lautet also mit (4)

$$\frac{\sigma}{\epsilon} 4\pi \eta + - \vec{J} \text{ grad } \frac{\sigma}{\epsilon} + \dot{\eta} = 0$$

Es gilt daher, wenn $\frac{\sigma}{\epsilon}$ (räumlich) konstant ist, oder wenn $\vec{J}$ senkrecht zu $\text{grad } \frac{\sigma}{\epsilon}$ gerichtet ist,

$$\dot{\eta} + 4\pi \frac{\sigma}{\epsilon} \eta = 0$$

Eventuell existierende Raumladungen verschwinden sehr rasch mit $e^{-\frac{4\pi\sigma}{\epsilon}t}$. Der Exponent $\frac{4\pi\sigma}{\epsilon}$ hat selbst für eine sehr schlechte Leitfähigkeit von 10^{-16} s^{-1} ($= 10^{-5} (\text{Ohm} \cdot \text{m})^{-1}$) ungefähr den Wert $4\pi(3 \cdot 10^{10})^2 \cdot 10^{-16} \approx 10^6$, d.h. eine irgendwie erzeugt Raumladung η wird damit bereits nach 10^{-6} s um den Faktor $\frac{1}{e}$ abgenommen haben.

Wenn nun keine der eben genannten Bedingungen erfüllt ist, dann kann zumindest gezeigt werden, daß die Raumladungen konstant bleiben. Bei Anwendung des Operators div auf (2') folgt

$$0 = \text{div rot } \vec{H} = 4\pi \text{div } \vec{J} \quad \text{und aus (8)}$$

$$\dot{\eta} = 0 \quad \text{oder } \eta \text{ ist zeitlich konstant}$$

Die Kontinuitätsgleichung (8) lautet also

$$\text{div } \vec{J} = 0 \quad (8')$$

Dies ist auch hier die Näherung für den quasista-

tionären Fall.

Aus den Grundgleichungen (1) bis (7), wobei (2) durch die quasistationäre Näherung (2') ersetzt wurde, kann eine weitere wichtige Differentialgleichung abgeleitet werden. Anwendung des Operators rot auf (1) ergibt mit (6) und (2') und (7)

$$\text{rot rot } \vec{E} = - \text{rot } \vec{H} = - 4\pi\sigma\dot{\vec{E}}$$

Für kartesische Koordinaten gilt

$$\text{rot rot } \vec{E} = - \Delta \vec{E} + \text{grad div } \vec{E}$$

also mit (5) und (4)

$$- \Delta \vec{E} + \text{grad div } \vec{E} = - 4\pi\sigma \dot{\vec{E}}$$

Mit (7) und (8) in der quasistationären Näherung (8') erhalten wir

$$\text{div } \vec{J} = \sigma \text{div } \vec{E} + \vec{E} \text{ grad } \sigma = 0$$

$$\text{div } \vec{E} = - \frac{\vec{E}}{\sigma} \text{ grad } \sigma, \text{ so also}$$

$$\Delta \vec{E} - 4\pi\sigma\dot{\vec{E}} = \text{grad } \left(\vec{E} \frac{\text{grad } \sigma}{\sigma} \right) \quad (14)$$

Eine sehr ähnliche Gleichung für $\vec{H}$ ergibt die Anwendung des Operators rot auf (2); mit (3) und (7) zunächst

$$\begin{aligned} - \Delta \vec{H} &= \text{rot rot } \vec{H} = 4\pi \text{ rot } \sigma \dot{\vec{E}} = \\ &= 4\pi\sigma \text{ rot } \dot{\vec{E}} + 4\pi \text{ grad } \sigma \times \dot{\vec{E}} \end{aligned}$$

und mit (1), sowie mit (2) und (7)

$$\Delta \vec{H} - 4\pi\sigma\dot{\vec{H}} = \frac{- \text{grad } \sigma}{\sigma} \times \text{rot } \vec{H} \quad (15)$$

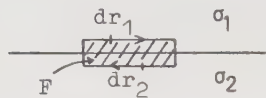
Die beiden Gleichungen (14) und (15) werden als Diffusionsgleichungen bezeichnet. Im Falle von homogener Leitfähigkeit $\sigma = \text{const}$ verschwinden jeweils die rechten Sei-

ten, und wir erhalten die homogenen Differentialgleichungen. Diese sind dann die Ausgangsgleichungen für die Modellrechnungen in Kapitel III.1.2. und III.2.2.2.

Weitere wichtige Folgerungen aus den Grundgleichungen sind die Randbedingungen an den Grenzen zwischen Medien verschiedener Leitfähigkeit:

- 1) Unter Zuhilfenahme des Stokes'schen Satzes erhält man aus (1)

$$\oint_{\vec{F}} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \iint_{\vec{F}} \text{rot } \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \iint_{\vec{F}} \vec{B} \cdot d\vec{r} \rightarrow 0$$



Die rechte Seite verschwindet im Grenzübergang für $F \rightarrow 0$, damit folgt:

Die Tangential-Komponente von $\vec{E}$ ist stetig auf dem Rand.

- 2) Ebenso ergibt sich aus (2)

$$\oint_{\vec{F}} \vec{H} \cdot d\vec{r} = \iint_{\vec{F}} \text{rot } \vec{H} \cdot d\vec{r} = 4\pi \iint_{\vec{F}} \vec{j} \cdot d\vec{r} \rightarrow 0 :$$

Die Tangential-Komponente von $\vec{H}$ ist stetig auf dem Rand.

- 3) Bedienen wir uns jetzt des Gauß'schen Satzes, so bekommen wir mit (3)

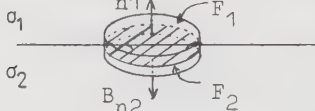
$$0 = \iiint_V \text{div } \vec{B} \, dV = \iint_{\vec{F}} \vec{B} \cdot d\vec{r} \quad \text{daraus}$$

$$B_{n1} F_1 + B_{n2} F_2 = 0$$

und mit

$$F_1 = - F_2 \quad \text{folgt}$$

$$B_{n1} = B_{n2} :$$



Die Normal-Komponente von $\vec{B}$ ist stetig auf dem Rand. Da wir μ als konstant (und gleich 1) annehmen können, ist auch die Normal-Komponente von $\vec{H}$ stetig.

4) Analog aus (4)

$$4\pi\eta = \iint_F \vec{D} \cdot d\vec{f} :$$

Die Normal-Komponente von $\vec{D}$ ändert sich um den Wert $4\pi\eta$, sofern die Flächenladung η nicht Null ist.

5) Und schließlich aus (8')

$$0 = \iint_F \vec{j} \cdot d\vec{f} :$$

Die Normal-Komponente von $\vec{j}$ ist stetig auf dem Rand. Ist das angrenzende Medium ein Nichtleiter $\sigma = 0$, bedeutet dies, daß auch im Leiter kein Strom senkrecht zur Grenzfläche fließt.

II. Elektromagnetische Induktion als globales Phänomen

Schon um die Mitte des letzten Jahrhunderts wurde vermutet, daß in der Erde als leitfähigem Körper elektrische Ströme induziert werden, die in einem Zusammenhang mit zeitlich variierenden Magnetfeldern stehen (z.B. LAMONT, 1862). LAMB beschrieb 1883 einen mathematischen Formalismus, der das Problem der elektromagnetischen Induktion in einer idealisierten, kugelförmigen und kugelsymmetrischen Erde in einer nichtleitenden Umgebung behandelt. Sechs Jahre später versuchte SCHUSTER als erster aus den "periodic oscillations of the magnetic needle", beobachtet an vier Observatorien die Leitfähigkeit im Erdinneren auch quantitativ abzuschätzen. Trotz mancher Schwierigkeiten *) erkennt er unter anderem, daß die Ursachen der Induktion hauptsächlich äußeren Ursprungs sein müssen, und daß die Leitfähigkeit zum Erdinneren hin abnehmen muß. Möglich geworden waren diese Untersuchungen durch die, von GAUSS 1839 beschriebene Trennung des magnetischen Potentials in inneren und äußeren Anteil durch die harmonische Analyse (s.z.B. KERTZ, 1969, Kap.8c).

Eine der zentralen Gleichungen, derer man sich dabei bedient, ist die Diffusionsgleichung, der das Vektorpotential genügen muß

$$\Delta \vec{A} - 4\pi\sigma \vec{A} = 0 \quad (16)$$

Für das Gebiet außerhalb der Erde, für das $\sigma = 0$ gilt, folgt sodann aus (2) mit (7)

$$\text{rot } \vec{H} = 4\pi\sigma \vec{E} = 0$$

*) Er beklagt sich z.B., daß die Observatoren verschiedene Maßsysteme verwenden, so gibt der eine seine Werte im foot-grain-second-System an (1 foot = 30.48 cm, 1 grain = 0.0648 g).

damit ist $\vec{H}$ darstellbar durch ein skalares Potential V

$$\vec{H} = - \text{grad } V \quad (17)$$

Durch Anwendung des Operators div auf diese Gleichung sieht man sofort, daß V die Laplace-Gleichung erfüllt

$$\Delta V = 0$$

und somit nach Kugelfunktionen entwickelt werden kann

$$V = R \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left(\left(\frac{r}{R} \right)^n E_n(t) + \left(\frac{R}{r} \right)^{n-1} I_n(t) \right) \cdot P_n \quad (18)$$

r ist dabei die Radial-Komponente der Kugelkoordinaten, R der Erdradius, P_n die Kugelflächenfunktionen vom Grade n , E_n und I_n repräsentieren die Anteile äußeren bzw. inneren Ursprungs.

LAHIRI & PRICE (1939) zeigen, daß für den Induktionsvorgang nur polidale Magnetfelder (sie haben nur Radial-Komponenten) betrachtet werden müssen, und damit das (toroidale) Vektorpotential als Lösung von (16) darstellbar ist

$$\vec{A} = \vec{r} \times \text{grad } U \quad (19)$$

U als Funktion von $\sigma(r)$ erfüllt dabei ebenfalls die Diffusionsgleichung

$$\Delta U - 4\pi\sigma\dot{U} = 0$$

Immer unter der Annahme, daß Kugelsymmetrie vorliegt, $\sigma = \sigma(r)$, ist die Lösung davon gegeben mit

$$U = R \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t, r) \cdot P_n \quad (20)$$

(P_n sind wiederum die Kugelflächenfunktionen.)

Auch die f_n müssen wieder die Diffusionsgleichung erfüllen (in Kugelkoordinaten)

$$\frac{\delta}{\delta r} \left(r^2 \frac{\delta}{\delta r} \right) f_n - [n(n+1) + 4\pi\sigma r^2] \dot{f}_n = 0 \quad (21)$$

Die zentralen Gleichungen zur Lösung des Problems werden nun gewonnen mit Hilfe der Randbedingungen, daß an der Erdoberfläche $r = R$ die Stetigkeit der Horizontal-Komponente von $\vec{H}$ und die der Normal-Komponente von $\vec{B}$ für jedes n gewährleistet sein muß (s.S.16). Und zwar erhält man jeweils die entsprechenden Komponenten einmal aus (17) aus dem skalaren Potential V mit der Entwicklung (18), zum anderen (über (9)) aus dem Vektorpotential $\vec{A}$ aus (19) mit der Entwicklung (20). Für $r = R$ können dann für jedes n die die Stetigkeitsbedingungen erfüllenden Komponenten gleichgesetzt werden. Damit hat man zwei Gleichungen gewonnen, die die Beziehungen herstellen zwischen den E_n und I_n als den äußeren und inneren Anteilen in der Entwicklung des magnetischen Potentialfeldes und den f_n als Lösung der Diffusionsgleichung (21). Letztere ist darstellbar als Linearkombination der sphärischen Bessel-Funktionen 1. und 2. Art (s. RIKITAKE, 1966, S.126 ff. oder SCHMUCKER, 1970, S.56 ff.). Für geeignete Profile der Leitfähigkeit σ im Erdinneren kann nunmehr die induktive "Antwort" als Verhältnis S_n des inneren zum äußeren Anteil

$$S_n = \frac{I_n}{E_n} \quad \text{berechnet werden.}$$

Ähnlich wie man häufig in der Geophysik Probleme zu lösen sucht, beruht die klassische Methode der Ableitung der Leitfähigkeits-Tiefen-Funktion darauf, daß man aus der Beobachtung bestimmte Werte des Verhältnisses S_n mit denen für plausible $\sigma = \sigma(r)$ berechnete vergleicht. So hat man vor allem die periodischen S_q -Variationen (solar quiet diurnal variations) und ihre Harmonischen bis zur vierten, sowie die aperiodischen D_{st} -Variationen (storm time variations) verwendet. Aber auch andere Phänomene der Variationen des Erdmagnetfeldes wurden untersucht, wie Bay-Störungen, s.s.c.- (sudden storm commencement) und ss.f.-Effekte (solar flare effect) und die 27-tägigen

Variationen (RIKITAKE, 1966, S.135 ff.). BANKS (1969) hat versucht, nicht nur die Spitzen im geomagnetischen Spektrum auszunützen, sondern auch das Kontinuum dazwischen.

Als Ansatz für die Leitfähigkeit σ als Funktion des Abstandes r vom Erdmittelpunkt wurde meist der von LAHIRI & PRICE (1939) gemachte Ansatz verwendet

$$\sigma = \sigma_0 \cdot \left(\frac{r}{qR}\right)^{-m}$$

R ist der Erdradius, σ_0 , $q \leq 1$ und m sind bei dem Prozess der Anpassung der berechneten "induktiven Antwort" an die gemessene zu bestimmen. In der Abb.1 findet man eine kleine Sammlung von Leitfähigkeits-Tiefen-Funktionen von verschiedenen Autoren. Die elektromagnetische Induktion durch äußere Felder sagt nur etwas über die Leitfähigkeit im oberen Erdmantel aus. Zur Abschätzung für den mittleren und unteren Bereich des Mantels (Kurven M, C-M und Y in der Abb.1) hat man die Säkular-Variationen des geomagnetischen Feldes herangezogen. Die Ursache für diese Variationen vermutet man im Erdkern. Was wir davon an der Erdoberfläche beobachten, wird durch die filternde Wirkung des Mantels bestimmt. Die Tatsache, daß wir keine kürzeren Perioden als vier Jahre bei diesen Säkular-Variationen beobachten, läßt den Schluß zu, daß im unteren Mantel die Leitfähigkeit in der Größenordnung von 10^{-9} e.m.u. (= electromagnetic units, entspricht $100 (\text{Ohm} \cdot \text{m})^{-1}$) liegt (z.B. McDONALD, 1957).

Diese eben skizzierte Methode, bei der man eine Leitfähigkeitsverteilung annimmt und die berechnete Induktionswirkung mit der beobachteten vergleicht, läßt natürlich die Frage nach der Eindeutigkeit des endgültigen Modells offen. Dies war wohl unter anderem die Motivation auch Inversionsmethoden zu entwickeln, mit Hilfe derer direkt aus den Meßdaten ein Leitfähigkeits-Tiefen-Profil abgeleitet werden kann, wobei eben nur dieses eine die beob-

achtete Induktionswirkung zeigen kann (BAILEY, 1970; WEIDELT, 1970).*) Diese Verfahren sind ziemlich aufwendig und "cast serious doubts on the usefulness of this method" (WEIDELT, 1972). Eine Schwierigkeit scheint in der Tatsache zu liegen, daß dabei fehlerfreie Meßwerte vorausgesetzt werden, die eben tatsächlich nie vorliegen. Eine neuere, erfolgversprechendere Entwicklung, die diesem Umstand Rechnung trägt, führte zu einer Methode, die man mit BAILEY (1973) als "heuristische Inversions-Methode" bezeichnen kann. Sie beruht auf den Gedanken von BACKUS & GILBERT (1967, 1968) zur praktischen Lösung von Inversions-Problemen in der Geophysik. Die Methode kann als ein Iterations-Verfahren bezeichnet werden, bei dem aus einer nullten Näherung schließlich - in diesem Fall - ein endgültiges Leitfähigkeits-Tiefen-Profil entwickelt wird. Ergebnisse wurden von PARKER (1970) und SCHMUCKER (1974) veröffentlicht.

*) PARKER (1970) würdigt die Methode: "Its (BAILEY's approach) importance lies in the assurance it gives us that, in ideal circumstances the true conductivity can be extracted from a knowledge of geomagnetic variations; ... before BAILEY's result an act of faith was required for this belief."

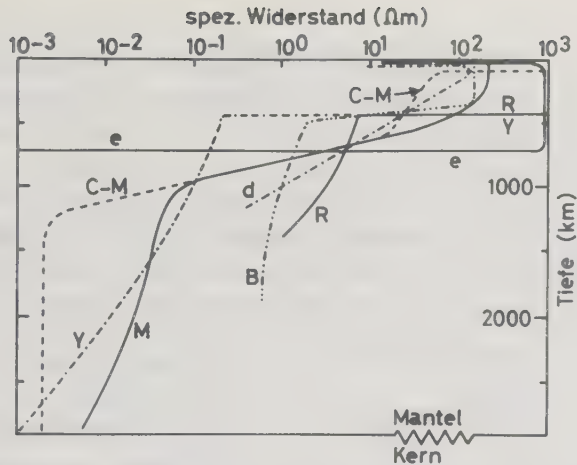


Abb.1: Der spezifische elektrische Widerstand im Erdinneren nach verschiedenen Autoren:

e und d LAHIRI & PRICE (1939)

R RIKITAKE (1950 und 1966)

M McDONALD (1957)

Y YUKUTAKE (1959)

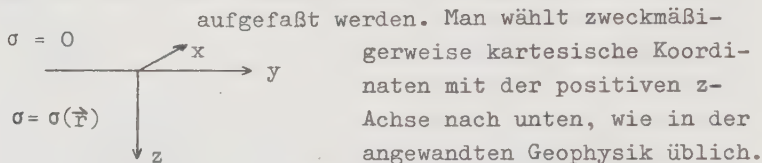
C-M CANTWELL - McDONALD (1960)

B BANKS (1969)

Die Erde wird dabei als kugelsymmetrischer Körper betrachtet, der Widerstand ändert sich also nur mit der Tiefe. Der untere Teile der Kurven, die bis zur Kern-Mantel-Grenze durchgezeichnet sind (M, Y, C-M), wurden durch eine Abschätzung der dämpfenden Wirkung des unteren Mantels auf Säkular-Variationen des erdmagnetischen Hauptfeldes gewonnen.

III. Elektromagnetische Induktion im regionalen Maßstab (als Problem höchstens zwei-dimensionaler Konfiguration)

Für Studien innerhalb eines Untersuchungs-Gebietes von regionaler Ausdehnung kann die Erde als ein unendlich ausgedehnter, durch eine ebene Oberfläche begrenzter Halbraum



Die Induktion in solch einem Körper kann studiert werden

a) mit der Abhängigkeit der Vertikal-Komponente Z des Magnetfeldes von den Horizontal-Komponenten (kurz Z - H -Abhängigkeit). Dies ist die Methode der Erdmagnetischen Tiefensondierung. Manchmal werden in der Erdmagnetischen Tiefensondierung auch andere Relationen untersucht, z.B. die Beziehungen zwischen anomalen und normalen Komponenten des magnetischen Horizontal-Feldes. Diese Methoden unterscheiden sich aber dann nicht prinzipiell voneinander, wie in den Kapiteln über Modellrechnungen (III.1.2. und III.2.2.) gezeigt werden wird.

b) Zum anderen können an Stelle von Z die Horizontal-Komponenten des erdelektrischen Feldes und deren Abhängigkeit von den Horizontal-Komponenten des Magnetfeldes benutzt werden (E - H -Abhängigkeit): Methode der Magnetotellurik.

Im Kapitel I. war gesagt worden, daß die Feldgrößen - hier interessieren uns $\vec{E}$ und $\vec{H}$ - als räumliche Vektoren aufgefaßt werden, die Funktion von vier Variablen sind, der drei Dimensionen des Raumes und der einen der Zeit:

$$\vec{F} = (F_x(x,y,z,t), F_y(x,y,z,t), F_z(x,y,z,t))$$

$\vec{F}$ jetzt stellvertretend für $\vec{H}$ bzw. $\vec{E}$.

Mit anderen Worten, man betrachtet die Felder im Orts-Zeit-Bereich oder kürzer $(\vec{r}, t)$ -Bereich, wenn $\vec{r} = (x, y, z)$. Es ist aber auch möglich, die Überlegungen in einem Wellenzahlen-Frequenz-Bereich, analog $(\vec{k}, \omega)$ -Bereich durchzuführen. Der Zusammenhang zwischen diesen beiden Möglichkeiten ist mathematisch durch die Fourier-Transformation gegeben

$$\vec{F}(\vec{k}, \omega) = \iiint_{-\infty}^{\infty} \iiint_{-\infty}^{\infty} \vec{F}(\vec{r}, t) \cdot e^{-2\pi i(\vec{k}\vec{r} + \omega t)} d\vec{r} \cdot dt \quad (22a)$$

$$\vec{F}(\vec{r}, t) = \iiint_{-\infty}^{\infty} \iiint_{-\infty}^{\infty} \vec{F}(\vec{k}, \omega) \cdot e^{+2\pi i(\vec{k}\vec{r} + \omega t)} d\vec{k} \cdot d\omega \quad (22b)$$

Das bedeutet also, daß jeweils alle Teilfelder des einen Bereichs zur Transformation in den anderen superponiert werden müssen. Der $(\vec{k}, \omega)$ -Bereich ist für unser Problem nun sehr geeignet, da die Relationen zwischen Z und H und zwischen E und H linear werden: Die in den Gleichungen (1) bis (4) benötigten Differential-Operationen rot , div , $\frac{\partial}{\partial t}$ und der bei der Diffusionsgleichung auftauchende Laplace-operator Δ ergeben bei Anwendung auf die Felder - oder besser, auf die hinsichtlich der Orts- und Zeitabhängigkeit monofrequenten Anteile der Form

$$\vec{F}(\vec{k}, \omega) = \vec{F}_0 \cdot e^{i(\vec{k}\vec{r} + \omega t)} \quad (23)$$

einfache Multiplikationen.

$$\text{rot } \vec{F} = i\vec{k} \times \vec{F} \quad (24)$$

$$\text{div } \vec{F} = i\vec{k} \cdot \vec{F} \quad (25)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{F} = i\omega \cdot \vec{F} \quad (26)$$

$$\Delta \vec{F} = -(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) \vec{F} \quad (27)$$

Aus den beiden ersten Maxwell'schen Gleichungen werden so

$$+ik_m E_n - ik_n E_m = -iwH_1 \quad (1_{kw})$$

$$+ik_m H_n - ik_n H_m = 4\pi\sigma E_1 \quad (2'_{kw})$$

Dies sind jeweils die drei Komponenten der Vektorgleichungen. (l,m,n) stehen stellvertretend für die drei möglichen Permutationen von (x,y,z).

Im folgenden wollen wir die Betrachtung für (räumlich) zwei-dimensionale Verhältnisse durchführen. (Das Problem einer drei-dimensionalen Konfiguration ist sehr kompliziert, und Lösungen sind erst in Ansätzen möglich (s. auch S. 149). Die Zwei-Dimensionalität, die beschrieben wird durch den Horizontal-Anteil des Wellenvektors $\vec{k}$, können wir bei unseren Modell-Rechnungen in zweifacher Weise berücksichtigen: wir können sie

- a) in das anregende Magnetfeld stecken (Kap. III.1.) oder
- b) in den leitfähigen Untergrund (Kap. III.2.) *)

Das ein-dimensionale Modell ergibt sich dabei als Sonderfall.

III.1. Abwesenheit von lateralen Inhomogenitäten im leitfähigen Untergrund

d.h. laterale Änderungen bei den elektromagnetischen Feldern können nur durch die Anregung bedingt sein. Zwei-Dimensionalität bedeutet, daß diese Änderungen nur in einer Richtung - bezeichnen wir sie mit y - vorhanden sein können, in der dazu orthogonalen (x-) Richtung sind die Felder konstant, d.h. die Ableitungen verschwinden.

*) Den Fall, daß sowohl anregendes Magnetfeld als auch Untergrund zwei-dimensional sind und die Richtungen der beiden "Zwei-Dimensionalitäten" parallel oder orthogonal sind, was auch noch ein zwei-dimensionales Modell wäre, wollen wir ebenfalls ausschließen.

$$\frac{\delta}{\delta x} \equiv 0$$

Für den Vektor $\vec{k}$, der die räumliche Variation der Felder beschreibt, heißt dies, daß er keine x-Komponente hat

$$k_x = 0$$

In vertikaler Richtung z kann sich allerdings die Leitfähigkeit ändern, z.B. von σ_i auf σ_{i+1} an der Grenze zwischen i-ter und (i+1)-ter Schicht.

III.1.1. Die Grundgleichungen der E-H- und Z-H-Relationen

Diese Gleichungen wollen wir für die Erdoberfläche $z = 0$ ableiten; dort führen wir nämlich auch unsere Messungen durch. Direkt unter der Erdoberfläche $z = +0$, $\sigma \neq 0$, verschwindet so mit der Normal-Komponente der Stromdicht $\vec{j}$ (Stetigkeitsbedingung 5 im Kapitel I.) auch E_z :

$$E_z(z=0) = 0$$

Die x-Komponente von (1_{kw}) lautet nunmehr

$$\begin{aligned} -ik_z E_y &= -i\omega H_x && \text{oder} \\ E_y &= \frac{\omega}{k_z} H_x \end{aligned} \quad (28)$$

Dies ist schon eine der angekündigten linearen Beziehungen zwischen E und H. SCHMUCKER (1970) formuliert diese Relation mit Hilfe einer "induktiven Skalen-Länge" C, die mit dem k_z von oben folgendermaßen zusammenhängt

$$C(\vec{k}, \omega) = \frac{i}{k_z} \quad (32a)$$

So wird aus (28)

$$E_y(\vec{k}, w) = -iw \cdot C(\vec{k}, w) \cdot H_x(\vec{k}, w) \quad *) \quad (31)$$

Für Gebiete mit konstanter Leitfähigkeit kann der Sachverhalt anschaulicher gemacht werden: Mit $\sigma = \text{const.}$ folgt aus der Diffusionsgleichung (15) mit (26) und (27)

$$k^2 + k_z^2 = -4\pi\sigma w i \quad \text{oder} \\ k_z = i\sqrt{4\pi\sigma w i + k^2} \quad (29)$$

wobei k die Länge der Horizontal-Komponente des Vektors $\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$ ist und

$$k = |k_y|, \quad \text{da } k_x = 0 \text{ nach Voraussetzung.}$$

Wenn wir eine Eindringtiefe $p(w)$ definieren

$$p = \sqrt{\frac{1}{2\pi\sigma w}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{T}{\sigma}} \quad (30)$$

ist das die Tiefe, in der die Amplituden der Felder bei der Periode $T = \frac{2\pi}{w}$ im homogenen Halbraum der Leitfähigkeit σ auf $\frac{1}{e}$ ihres Wertes an der Oberfläche abgenommen haben (CAGNIARD, 1953, S.608). Die Skalenlänge wird mit (29) und (32a) zu (SCHMUCKER, 1970b, Gleichung 5)

$$C = ((\frac{1+i}{p})^2 + k^2) \frac{1}{2} \quad (32b)$$

*) Hätten wir die Komponenten anfangs umgekehrt gewählt, also $E_x = 0$ und $H_y = 0$, kommt man natürlich zur gleichen Gleichungen nur mit umgekehrten Vorzeichen (auf der rechten Seite + statt -). Dies ist auch sofort abzuleiten aus Gleichung (46) mit $k_x = k_y = k$. Man könnte auch hier formal, wie im folgenden Kapitel III.2., von E- und H-Polarisation sprechen, wobei das Plus-Zeichen in (31) und (33) im Fall der E-Polarisation und das Minus-Zeichen im Fall der H-Polarisation zu stehen hat.

Eine ähnliche, wie für die Magnetotellurik relevante Beziehung (31) existiert auch für die Erdmagnetische Tiefensondierung. Nehmen wir die z-Komponente der Gleichung (1_{kw})

$$-i\omega \cdot Z = ik_x E_y - ik_y E_x$$

also mit $k_x = 0$ und $k = |k_y|$

$$E_x = \frac{\omega}{k} \cdot Z$$

und gehen damit in die Gleichung (31), erhalten wir die gewünschte Beziehung

$$Z(\vec{k}, \omega) = -ik \cdot C(\vec{k}, \omega) \cdot H_x(\vec{k}, \omega) \quad (33)$$

Mit (31) und (33) haben wir die linearen E-H- bzw. Z-H-Relationen für den (k, ω) -Bereich^{*)} gefunden, wie eingangs des Kapitels angekündigt.

Ein Blick in Richtung der praktischen Auswertung an dieser Stelle vergegenwärtigt uns, daß die Messungen der elektromagnetischen Felder an diskreten Meßpunkten als Variationen der Zeit erfolgen, d.h. wir haben sie in einem (x, t) -Bereich vorliegen. Um nun mit Hilfe der hier entwickelten Theorie interpretieren zu können, müssen entweder die Meßergebnisse mit Hilfe von (22a) in den (k, ω) -Bereich transformiert werden, oder die linearen Beziehungen (31) und (33) nach (22b) in den (x, t) -Bereich. In (22) ist zu sehen, daß sich die Integrationsgrenzen von $-\infty$ bis $+\infty$ erstrecken. Da man aus technischen und finanziellen Gründen im allgemeinen an nur verhältnismäßig wenigen Punkten messen kann, reicht die vorliegende Information für die Transformation vom x - in den k -Bereich normal nicht aus. Man pflegt deshalb einen Kompromiß zu schließen zwischen

*) Wir können jetzt immer statt $\vec{r}$ und $\vec{k}$ die skalaren Größen x und k schreiben, da wir auf Grund der Voraussetzungen nur noch diese benötigen.

den beiden, oben genannten Möglichkeiten, man trifft sich von seiten der bisher aufgezeigten Theorie und von seiten der Messungen auf halbem Weg: im (x,w)-Bereich. Was zu tun bleibt, ist einmal die Messungen in den w-Bereich zu bringen, oder anders gesagt, eine Frequenz-Analyse oder -Trennung für jede Station und ausgesuchte Effekte durchzuführen - dies wird Inhalt eines der nächsten Kapitel sein (IV.) - und zum anderen zu überlegen, was mit den Beziehungen (31) und (33) beim Übergang in den x-Bereich geschieht:

Formal muß jeweils auf beiden Seiten der Gleichungen gemäß der Transformation (22b) über alle k integriert werden. Die Skalenlänge C muß dabei als Funktion von k bekannt sein. Die linken Seiten werden dann zu den Feldgrößen im Orts-Bereich, die Produkte der rechten Seiten zu Faltungen (s.z.B. KERTZ, 1970, S.78). Mit den Faltungskernen N(x,w) und M(x,w) als Fourier-Transformierte von C(k,w) bzw. kC(k,w)

$$\begin{aligned} N(x,w) &= \int_{-\infty}^{\infty} C(k,w) \cdot e^{2\pi i k x} dk = \\ &= 2 \int_0^{\infty} C(k,w) \cdot \cos(2\pi k x) dk \\ M(x,w) &= \int_{-\infty}^{\infty} k \cdot C(k,w) \cdot e^{2\pi i k x} dk = \\ &= 2 \int_0^{\infty} k \cdot C(k,w) \cdot \sin(2\pi k x) dk \end{aligned} \quad (34)$$

(bei der Beschränkung auf die Hälfte des Integrationsintervalls von 0 bis ∞ wurde ausgenutzt, daß $C(k) = C(-k)$, wie ersichtlich in (32)), werden die für unser Problem zentralen Gleichungen (31) und (33) jetzt im Orts-Bereich zu

$$E(x,w) = i w N(x,w) \mp H(x,w) \quad (35)$$

$$Z(x,w) = M(x,w) \mp H(x,w) \quad (36)$$

Das Zeichen $\otimes$ soll die Faltung symbolisieren

$$A(x) \otimes B(x) = \int_{-\infty}^{\infty} A(x') B(x-x') dx'$$

Gibt man sich nun eine bestimmte k -Abhängigkeit (Inhomogenität der Anregung mit Wellenlängen $L = \frac{2\pi}{k}$) von C vor, sowie die Leitfähigkeit $\sigma = \sigma(z)$ des Untergrundes, an dem man den Induktionsvorgang studieren möchte, kann man für feste w zunächst die Skalenlänge $C(k, w)$ berechnen: etwa nach (32b), wenn wir einen homogenen Halbraum untersuchen wollen, oder mit den Methoden des folgenden Kapitels III.1.2., wenn wir uns einen geschichteten Halbraum vorgeben. Über die numerische Integration (34) erhält man dann die Faltungskerne für die die Induktion beschreibenden Gleichungen (35) und (36). Diese Faltungen können durch Diskretisierung der Funktionen (Summierung anstatt Integration) und Beschränkung der Grenzen auf einen endlichen Bereich praktisch durchgeführt werden. Letzteres ist erlaubt, da die Kerne (34) gegen Null streben für x gegen Unendlich. *)

Unser Problem können wir erheblich vereinfachen unter der speziellen Annahme, daß die räumlich-laterale Variation der Felder nur durch eine einzige Wellenzahl $k = k_0$ beschrieben werden kann, wobei wir dieses k_0 auch noch sehr klein werden lassen im Vergleich zum ersten Summanden der rechten Seite von (32b), d.h.

$$L = \frac{2\pi}{k} \gg C(k, w)$$

*) Eine auftauchende Schwierigkeit durch die Tatsache, daß die beiden Faltungskerne N und M an der Stelle $x=0$ eine Singularität aufweisen, kann durch Taylor-Entwicklung der zu faltenden Funktion in der Nähe dieser Singularität überwunden werden (SCHMUCKER, 1971).

Das anregende Magnetfeld, das ja in diesem Kapitel die einzige Ursache für laterale Variationen sein soll, wird als quasihomogen bezeichnet werden, H kann als konstant hinsichtlich der horizontalen Koordinaten betrachtet werden: bei der Faltung (35)

$$E(x) = iw \int_{-\infty}^{\infty} N(x') H(x-x') dx'$$

kann H als Konstante vor das Integral gezogen werden

$$\begin{aligned} E(x) &= iw \cdot H(x) \int_{-\infty}^{\infty} N(x') dx' \\ &= iw \cdot H(x) \int_{-\infty}^{\infty} C(k) \cdot e^{-2 ix'k} dk dx' \\ &= iw \cdot H(x) \int_{-\infty}^{\infty} C(k) \left[\int_{-\infty}^{\infty} e^{-2 ix'k} dx' \right] dk \end{aligned}$$

Das in der eckigen Klammer stehende Integral ist eine Fourier-Transformation, die die δ -Funktion ergibt (s.z.B. LIGHTHILL, 1966). Damit erhalten wir die Näherung von CAGNIARD und TIKHONOV

$$E(x,w) = iw \cdot C(k=0) \cdot H(x,w) \quad (37a)$$

Aus (33) wird dabei

$$Z(x,w) = 0 \quad (37b)$$

Ein scheinbarer spezifischer Widerstand, den CAGNIARD definiert (in e.m.u.)

$$\rho_s = 2 \cdot T \cdot \left| \frac{E}{H} \right|^2 \quad (38)$$

wobei $T = \frac{2\pi}{w}$, hängt mit unserer Skalenlänge $C(k=0,w)$
=: C_c einfach zusammen nach

$$\rho_s = 4\pi w \left| C_c \right|^2$$

C_c ist, wie auch in (32) ersichtlich, eine komplexwertige

Größe; eine Betrachtung nach Real- und Imaginärteil

$$G_c(w) = z^*(w) - i \frac{1}{2} p^*(w) \quad (39)$$

führt zum sogenannten $p^*(z^*)$ -Verfahren von SCHMUCKER (1969). p^* kann nämlich über (30) ein modifizierter spezifischer Widerstand $\rho^* = \frac{1}{\sigma^*}$ zugeordnet werden

$$\rho^* = 2\pi w p^{*2}$$

$\rho^*(w)$ in Abhängigkeit von der "Schwerpunkts-Tiefe" $z^*(w)$ (WEIDELT, 1972, S.268) für eine Reihe von jeweils festen Perioden w aufgetragen ergibt eine Näherung erster Ordnung für die wirkliche Widerstands-Tiefen-Funktion.

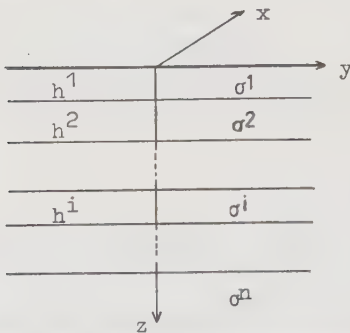
III.1.2. Berechnung der Induktions-Wirkung bei vorgegebenen Leitfähigkeits-Modellen

Die Grundgleichungen von Modell-Rechnungen sind im allgemeinen die Diffusionsgleichungen (14), (15) oder (16) für Gebiete konstanter Leitfähigkeit σ ; an den Grenzen zwischen diesen Gebieten müssen die Stetigkeits- bzw. Randbedingungen beachtet werden. In Anknüpfung an die Überlegungen des vorausgegangenen Kapitels werden wir, wenn nicht anders vermerkt, die Betrachtung im Orts-Frequenz-Bereich durchführen. Das bedeutet, daß die Ableitungen nach der Zeit gemäß (26) durch den Faktor $-i\omega$ ersetzt werden können, für die räumlichen Ableitungen ist ähnliches nicht erlaubt.

III.1.2.1. Das ein-dimensionale Modell

wird meist mit dem Namen CAGNIARD in Verbindung gebracht. Die Methode kann als die klassische Methode der Magneto-

tellurik bezeichnet werden. Da bei quasihomogener horizontaler Anregung durch ein äußeres Magnetfeld, was als Voraussetzung angenommen wird, auch keine induzierte vertikale Magnetfeld-Komponente auftreten darf (Gleichung (37)), gibt es kein Äquivalent in der Erdmagnetischen Tiefensonndierung für den ein-dimensionalen Fall. Diese Methode wird erst bei den zwei-dimensionalen Modellen zu besprechen sein.



Der untere Halbraum bestehe aus homogenen und isotropen, horizontal gelagerten Schichten unendlicher Ausdehnung. Jeder dieser Schichten kann eine Dicke h^i und eine Leitfähigkeit σ^i zugeordnet werden. Die unterste Schicht hat die Dicke $h^n = \infty$.

Durch die Voraussetzung der Ein-Dimensionalität wird die Diffusionsgleichung (14) für jede Schicht i zur skalaren Gleichung

$$\frac{\delta^2}{\delta z^2} E(z) + 4\pi\sigma^i w_i \cdot E(z) = 0$$

(i ist einmal ein Index zur Nummerierung der Schichten, zum zweiten repräsentiert er die imaginäre Einheit; eine Verwechslung ist aber kaum möglich) E ist eine der Horizontal-Komponenten des elektrischen Feldvektors, z.B. $E = E_x$. Die Lösung dieser Diffusionsgleichung für die i -te Schicht lautet

$$E(z) = A^i \cdot e^{-k_z^i z} + B^i \cdot e^{k_z^i z} \quad (40)$$

wie durch Einsetzen sofort verifiziert werden kann. k_z^i ist genau das k_z von (29). k dort als Wellenzahl, die die Zwei-Dimensionalität beschreibt, kann gegen den ersten Summanden in (29) vernachlässigt werden

$$k_z^i{}^2 = -4\pi\sigma^i w_i \quad (41)$$

A^i und B^i sind aus den Stetigkeitsbedingungen zu bestimmen-
de Konstanten.

Die entsprechende Magnetfeld-Komponente erhalten wir
über die erste Maxwell'sche Gleichung (1) wieder mit Hil-
fe von (26)

$$iw H = \frac{\delta E}{\delta z}$$

H ist die entsprechende, zu E orthogonale Komponente, also
 H_x . Mit (47) erhält man so

$$H(z) = \frac{-k_z^i}{iw} (A^i \cdot e^{-k_z^i z} + B^i \cdot e^{k_z^i z}) \quad (42)$$

Die Impedanz in der Gleichung (37) als das Verhältnis $\frac{E}{H}$
sieht mit diesen Ansätzen (40) und (41) folgendermaßen aus

$$iw \cdot C_c^i(z, w) = \frac{E^i}{H^i} = \frac{iw}{k_z^i} \cdot \frac{A^i \cdot e^{-k_z^i z} + B^i \cdot e^{k_z^i z}}{-A^i \cdot e^{-k_z^i z} + B^i \cdot e^{k_z^i z}}$$

BERDICHEVSKY & BRUNELLI (1959) hatten nun die Idee den
rechts stehenden Bruch in die Form eines Cotangens hyper-
bolicus zu bringen; dieser wird durch die Exponentialfunk-
tion definiert

$$\text{cth}(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$$

Wir erreichen diese Form, wenn wir Zähler und Nenner mit

$\frac{1}{\sqrt{A^i} \sqrt{B^i}}$ erweitern und ausnützen, daß $\sqrt{\frac{A^i}{B^i}}$ geschrieben
werden kann als $\exp(\ln \sqrt{\frac{A^i}{B^i}})$. Somit

$$C_c^i(z, w) = \frac{1}{k_z^i} \frac{\exp(-k_z^i z + \ln(r^i)) + \exp(k_z^i z - \ln(r^i))}{-\exp(-k_z^i z + \ln(r^i)) + \exp(k_z^i z - \ln(r^i))}$$

mit $r^i := \sqrt{\frac{A^i}{B^i}}$. Somit erhalten wir schließlich

$$C_c^i(z, w) = \frac{1}{k_z^i} \cdot \text{cth} (k_z^i z - \ln(r^i)) \quad (43)$$

Ebenso gilt die Umkehrung

$$-\text{archth} (k_z^i C_c^i(z, w)) + k_z^i z = \ln(r^i) \quad (43')$$

für alle z , solange sie in der i -ten Schicht liegen. Gelte z.B. (43') für z^u als der Tiefe der Untergrenze der i -ten Schicht. Den Ausdruck für $\ln(r^i)$ können wir dann in (43) einsetzen mit $z = z^o$ als der Obergrenze der i -ten Schicht.

$$C_c^i(z^o) = \frac{1}{k_z^i} \cdot \text{cth} (-k_z^i h^i + \text{archth} (k_z^i C_c^i(z^u))) \quad (44)$$

$h^i = z^u - z^o$ ist die Mächtigkeit der Schicht i .

Der Übergang von einer Schicht zur benachbarten gelingt nun mit Hilfe einer Stetigkeitsbedingung. C_c als Quotient zweier stetiger Funktionen E und H (Stetigkeitsbedingung 1) und 2) im Kapitel I.) ist nämlich wieder stetig. In der Tiefe $z^i = \sum_{v=1}^i h^v$ als Untergrenze der i -ten Schicht und zugleich Obergrenze der $(i+1)$ -ten Schicht sind die Funktionen stetig

$$C_c^i(z^i) = C_c^{i+1}(z^i) \quad \text{andererseits war}$$

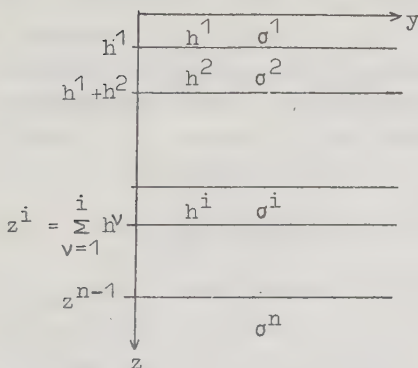
$$C_c^{i+1}(z^i) = f(C_c^{i+1}(z^{i+1}))$$

Ist nun C_c^n in der letzten Schicht mit $h^n = \infty$ (homogener Halbraum) bekannt, kann es in der Tiefe z^{n-1} gleichgesetzt werden mit C_c^{n-1} in der Tiefe z^{n-1} . An der Obergrenze z^{n-2} kann C_c^{n-1} über den Zusammenhang (44) berechnet werden und so fort. Durch dieses sukzessive Einsetzen ist schließlich $C_c(z=0)$ an der Erdoberfläche bekannt. C_c für den homogenen Halbraum kann man aber leicht erhalten aus der definierenden Gleichung (32) (mit k als Maß für die laterale Inhomogenität gleich Null)

$$C_c(\text{homogener Halbraum}) = \frac{p}{1+i}$$

p ist die Eindringtiefe. $1+i = \sqrt{2i}$, so ist mit (41)

$$C_c = \frac{1}{\sqrt{4\pi\sigma_z^n w i}} = \frac{i}{k_z^n}$$



Das selbe Ergebnis erhalten wir aus (43) mit $B^n = 0$. Letzteres ist nötig, da mit $z \rightarrow \infty$ in (40) E endlich bleiben muß. So erhalten wir für die Skalenlänge C_c an der Erdoberfläche den Endausdruck (immer für beliebiges aber jeweils festes w)

$$C_c(z=0) = \frac{-1}{k_z} \operatorname{cth}(k_z^1 h^1 + \operatorname{arth}(\frac{k_z^1}{k_z^2} \operatorname{cth}(k_z^2 h^2 + \dots \dots + \operatorname{arth}(\frac{k_z^{n-1}}{k_z^n}))) \dots) \quad (45)$$

Die Mächtigkeiten h^i , die Leitfähigkeiten σ^i und die Periode $T = \frac{2\pi}{w}$ gibt man sich vor; aus letzteren beiden sind nach (41) die k_z^i zu berechnen, und damit hat man in (45) die Lösung für die Übertragungsfunktion C_c als dem Verhältnis von elektrischem zu magnetischem Horizontalfeld. Über den Zusammenhang (38b) ist daraus auch leicht der scheinbare spezifische Widerstand ρ_s nach CAGNIARD zu berechnen.

III.1.2.2. Ein-dimensionale Leitfähigkeitsverteilung bei inhomogener Anregung

Wenn wir nun auch die Anregung durch inhomogene Magnetfelder berücksichtigen wollen, müssen wir in der Lösung der Diffusionsgleichung einen, die Variation in einer der lateralen Richtungen berücksichtigenden Anteil anfügen. Für räumlich harmonische Variation - damit befinden wir uns also im Wellenzahlen-Bereich - erlaubt die Methode der Separation der Variablen an Stelle von (40) den erweiterten Ansatz

$$E(x,z) = (A^i \cdot e^{-k_z^i z} + B^i \cdot e^{k_z^i z}) \cdot \cos(k \cdot x)$$

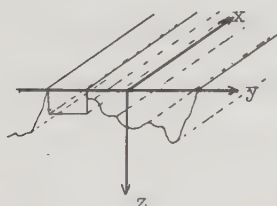
(z.B. HERMANCE et al., 1970). Eine anschaulichere Größe zur Charakterisierung der Inhomogenität ist die zur Wellenzahl k gehörende Wellenlänge $L = \frac{2\pi}{k}$. Die induktive Skalenlänge C (jetzt ohne tiefgestelltes c , das an die CAGNIARD'sche Näherung erinnern sollte) kann ganz analog wie im ein-dimensionalen Fall nach Gleichung (45) berechnet werden, wenn wir für die Größe k_z nicht den Ansatz (41), sondern den vollständigen nach (29) benutzen

$$k_z^i = i \sqrt{4\pi\sigma^i w i + k^2}$$

Da C im wesentlichen der Quotient von E und H ist, fällt nämlich das $\cos$ -Glied (des obigen Ansatzes) wieder weg, und die Überlegungen können so ganz analog wie in III.1.2.1. entwickelt werden. Für jedes k das man sich vorgibt - ihre Gesamtheit bestimmt die Art der Inhomogenität, muß $C(k)$ gesondert berechnet werden, um die Transformation der Relationen in den Orts-Bereich durchführen zu können. Zunächst müssen die Faltungskerne $N(x,w)$ und $M(x,w)$ nach (34) berechnet werden, um schließlich aus (35) und (36) E und Z bei vorgegebenem magnetischem Horizontal-Feld an jedem Punkt x bestimmen zu können.

III.2. Die Induktion durch quasihomogene Felder in einem zwei-dimensionalen Leitfähigkeits-Modell

In Erweiterung des letzten Kapitels wollen wir jetzt zulassen, daß sich die Leitfähigkeit auch in einer der lateralen Richtungen - nehmen wir die y-Richtung - ändern darf. Einschränkend soll allerdings angenommen werden,



daß wir nur quasihomogene Anregung haben. Wieder haben wir also eine zwei-dimensionale Konfiguration. Für die Komponente k_x der die räumliche Änderung der Felder beschreibenden Wellenzahl k bedeutet dies, daß

sie Null gesetzt werden kann: $k_x = 0$.

III.2.1. Die Grundgleichungen der E-H- und Z-H-Relationen

Zunächst wollen wir, wie im obigen Kapitel III.1. im Wellenzahlen-Bereich bleiben. Es fällt wieder nicht schwer, zu zeigen, daß die E-H- und Z-H-Relationen linear sind. Was aber nun neu und wesentlich ist, ist die Abhängigkeit der Induktionswirkung von der Polarisations-Richtung des anregenden Feldes, d.h. die Beziehungen müssen mit Hilfe von Tensoren formuliert werden.

Die z-Komponente von $(2'_{kw})$ (2. Maxwell'sche Gleichung) lautet

$$E_z = \frac{i}{4\pi\sigma} (k_x H_y - k_y H_x)$$

Diesen Ausdruck für E_z setzen wir in die x- und die y-Komponente von (1_{kw}) ein

$$-w \cdot H_x = k_y E_z - k_z E_y$$

$$-w \cdot H_y = k_z E_x - k_x E_z$$

und erhalten nach Umformung

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \frac{-i}{4\pi\sigma k_z} \cdot \begin{pmatrix} k_x k_y & -(4\pi\sigma w i + k_x^2) \\ (4\pi\sigma w i + k_y^2) & -k_x k_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \end{pmatrix} \quad (46)$$

Mit $k_x = 0$ verschwinden die Hauptdiagonalglieder.

$$E_x(k, w) = z_{||}(k, w) \cdot H_y(k, w) \quad (47a)$$

$$E_y(k, w) = z_{\perp}(k, w) \cdot H_x(k, w) \quad (47b)$$

wobei uns der Ausdruck

$$z_{||} := \frac{-w}{k_z} \quad (48a)$$

schon in (28) begegnet ist. Es existiert aber noch eine zweite Übertragungsfunktion

$$z_{\perp} := \frac{ik_z^2}{4\pi\sigma k_z} = \frac{ik_z}{4\pi\sigma} \quad (48b)$$

k_z^2 ist definiert in (29) als $k_z^2 = -4\pi\sigma w i - k^2$

Für die Z-H-Relation nehmen wir die x-Komponente von $(2'_{kw})$

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{ik_y}{4\pi\sigma} \cdot Z - \frac{ik_z}{4\pi\sigma} \cdot H_y \quad \text{mit (47a)} \\ &= \frac{-w}{k_z} \cdot H_y \end{aligned}$$

Damit haben wir die Beziehung zwischen Z und H

$$Z(k, w) = c(k, w) \cdot H_y(k, w) \quad (49)$$

$$\text{mit } c = \frac{4\pi\sigma w i + k_z^2}{k_y k_z} = \frac{-k}{k_z} \quad (50)$$

Zwischen Z und H_x gibt es keine Beziehung, wie leicht aus den Gleichungen (1_{kw}) und $(2'_{kw})$ zu ersehen ist (k_x

ist ja auf Grund der Zwei-Dimensionalität Null.) Diese Abhängigkeit der Induktionswirkung von der Polarisationsrichtung des anregenden Feldes erlaubt die Berechnung aller Feldkomponenten durch zwei von einander völlig unabhängige Fälle:

E-Polarisation

$\vec{E}$ hat nur eine Komponente ($\vec{E}$ ist linear polarisiert),
 $\vec{H}$ deren zwei

$$\vec{E} = (E_x, 0, 0) \quad \vec{H} = (0, H_y, Z)$$

Die Gleichungen (47a) und (49) sind relevant

$$E_x = z_{||} \cdot H_y$$

$$Z = a \cdot H_y$$

H-Polarisation

$\vec{E}$ hat zwei Komponenten, $\vec{H}$ nur eine ($\vec{H}$ ist linear polarisiert)

$$\vec{E} = (0, E_y, E_z) \quad \vec{H} = (H_x, 0, 0)$$

Nur die Gleichung (47b) braucht betrachtet zu werden

$$E_y = z_{\perp} \cdot H_x$$

Es sei nun wieder daran erinnert, daß die eben abgeleiteten Relationen (47) und (49) für räumlich^{*)} harmonische Feldanteile - also im Wellenzahlen-Bereich - gültig sind. Für die Anwendung muß wiederum in den Orts-Bereich transformiert werden. Dies führt allgemein, analog wie oben, an Stelle der Multiplikationen auf den rechten Seiten zu Faltungen. Wieder kann man versuchen, die entsprechenden Kerne zu berechnen und das Faltungsintegral numerisch zu lösen. Im nächsten Kapitel III.2.2. über Modellrechnungen wird darüber mehr gesagt werden.

^{*)} natürlich auch zeitlich harmonische; das bereitet hier aber keine Schwierigkeiten.

Um die immer etwas schwieriger durchzuführenden Faltungen hier zu vermeiden, bedient man sich häufig folgenden Tricks. Man bezieht die Felder E und Z in (47) und (49) nicht auf die entsprechenden gesamten horizontalen Komponenten des Magnetfeldes, sondern auf sogenannte normale Anteile. Die Leitfähigkeit und auch die Felder kann man nämlich formal als die Summe eines normalen und eines anomalen Anteils auffassen.

$$\sigma = \sigma_n + \sigma_a ; \quad Z = Z_n + Z_a ; \text{ usw.}$$

Als normal wird die Leitfähigkeit bezeichnet, wenn sie nur eine Funktion der Tiefe z ist, wenn also das Modell oder ein Teil eines Modells ein-dimensional ist. Änderungen in lateraler Richtung, die den Untergrund zwei-dimensional werden lassen, werden additiv überlagert. Anomale Felder sind dann solche, die durch diese anomale Leitfähigkeit verursacht werden. Die Entfernung von solch einer Anomalie, in der die Felder wieder als normal betrachtet werden können, wird bestimmt durch die Ortsabhängigkeit der oben in III.1.1. verwendeten Faltungskerne $N(x)$ und $M(x)$. Als Maß kann der Betrag der induktiven Skalenlänge $C_c(w)$ als eine Art lateraler Eindringtiefe genommen werden (SCHMUCKER, 1970b), mit deren Hilfe sich ein Induktions-Raum definieren läßt (HAAK, 1972).

Wenn nun also (47) und (49) nur auf die normalen Horizontalfeld-Komponenten bezogen wird, entstehen auf den rechten Seiten bei den Transformationen in den Orts-Bereich nicht Faltungen sondern wieder bloß Multiplikationen: Die normalen Feldanteile sind per definitionem unabhängig von den lateralen Änderungen im Untergrund, sie sind also nicht abhängig von k (k ist nach Voraussetzung in diesem Kapitel nur bedingt durch den Untergrund). Bei der Integration über k kann somit H_n vor das Faltungsintegral gezogen werden

$$E_x(y, w) = z_{\parallel}'(y, w) \cdot H_{yn}(w) \quad (51a)$$

$$E_y(y, w) = z_{\perp}'(y, w) \cdot H_{xm}(w) \quad (51b)$$

$$Z(y, w) = c_{\perp}'(y, w) \cdot H_{yn}(w) \quad (52)$$

z' und c' sind in Anlehnung an die Gleichungen (47) und (49) gewählt. Der Apostroph soll aber hinweisen, daß wir hier nur auf die normalen Anteile des Magnetfeldes beziehen. Die Gleichungen gelten hier außerdem im Orts-Bereich.

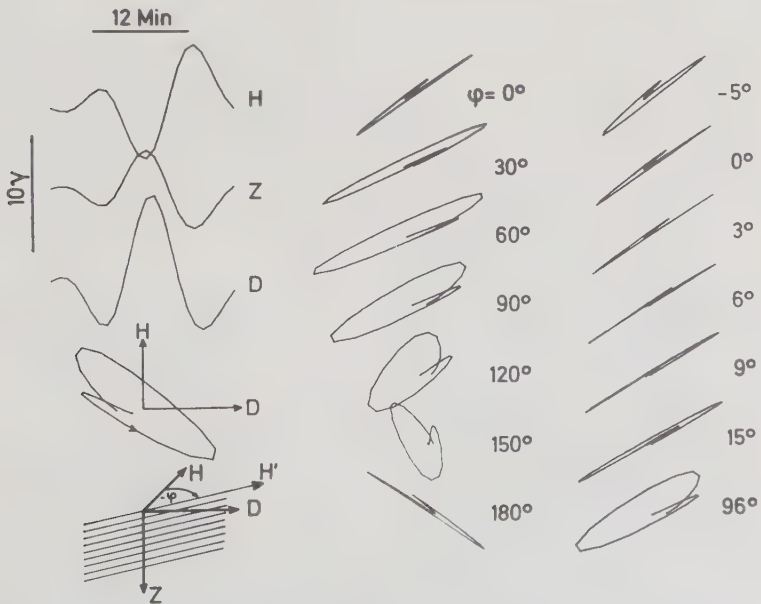


Abb.2: Gemessene Variationen der drei Komponenten des erdmagnetischen Feldes (oben links) und Projektionen der dadurch beschriebenen Raumkurve der Spitze des Feldvektors auf verschiedene Ebenen. Die Meßstation 36 WAL (s. Abb.15) ist am östlichen Rand des Rheingrabens gelegen. Die

Variationen wurden numerisch gefiltert (Kap.IV.2.).
 Links Mitte: Projektion in die Horizontal-Ebene.
 Mitte und rechts: Projektionen auf Vertikal-Ebenen, die gegen H (Nord-Richtung) um den Winkel φ gedreht sind. Rechts wird der Bereich von φ , bei dem diese Projektionen nahezu zur Geraden entarten noch genauer bestimmt. Dieses "Entarten" bedeutet, daß sich die Spitze des Feldvektors auf einer Ebene im Raum bewegt. Mathematisch äquivalent ist die Aussage der Gleichung (52), daß die Feldkomponenten linear voneinander abhängen (s.auch Text der nächsten Abb.). Diese Linearität bzw. die Lage der Ebene im Raum wird meist beschrieben durch den geomagnetischen Induktions-Pfeil (Kap.V.3.), hier anschaulichgemacht durch den Drehwinkel der Projektionsebene (etwa N 6° W) und die Neigung - die Länge des Induktions-Pfeils ist der Tangens davon - des zur Geraden gewordenen Vektogramms gegen die Horizontale.

Abb.3:

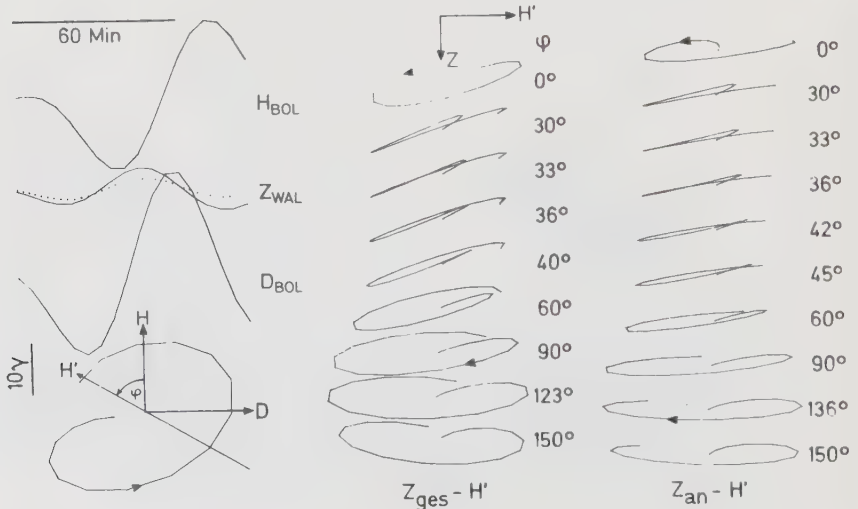
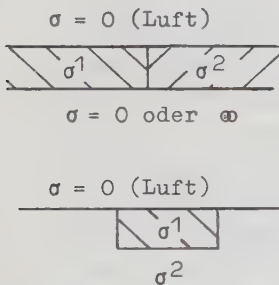


Abb.3: Ähnliche Darstellung wie in der Abb.2 mit einer längerperiodischen Variation (etwa 60 Min). Als Horizontal-Komponenten wurden allerdings die einer "normalen" Basis-Station (20 BOL, s.auch Kap.V.5.2.) verwendet, wie es genau genommen für die Darstellung der linearen Beziehung (52) nötig ist. Neben der gesamten Vertikal-Komponente Z an der Meßstation 36 WAL (durchgezogene Kurve bei der Beschriftung Z_{WAL}) wurde auch ein anomaler Anteil, bedingt nur durch den Rheingraben (V.5.2.) (punktierter), bei den Vektogrammen in den Vertikal-Ebenen berücksichtigt (rechte Reihe in der Abb.).

III.2.2. Modellrechnung mit zwei-dimensionalen Leitfähigkeits-Verteilungen

Eine ähnliche, geschlossene Lösung wie für das Problem des ein-dimensionalen Modells ist hier allgemein nicht



möglich. Nur unter ganz bestimmten Voraussetzungen können für einfachere Fälle analytische Lösungen gefunden werden, wie etwa eine idealisierte Verwerfung (D'ERCEVILLE & KUNETZ, 1962), oder einen idealisierten Graben (Dike endlicher Tiefe) (RANKIN, 1962).

Mehr Bedeutung für die praktische Anwendung hat die Möglichkeit einer Lösung der sogenannten "Näherung für dünne, inhomogene Schichten". Diese Methode, die auf PRICE (1949) zurückgeht, soll hier zunächst - in einer weitgehend von SCHMUCKER (1971) formulierten Ableitung - skizziert werden. In einem weiteren Kapitel werden dann die numerischen Me-

thoden zur Berechnung der Induktion in zwei-dimensionalen Modellen behandelt.

All die folgenden Betrachtung werden - sofern nicht anders angegeben - im Orts-Frequenz-Bereich durchgeführt.

III.2.2.1. Die SCHMUCKER'sche Methode der dünnen, inhomogenen Schicht über ein-dimensionalem Substratum

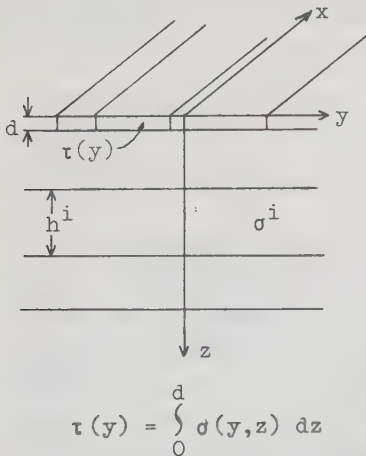
Die Methode ist geeignet, Oberflächen-Anomalien zu untersuchen, wie sie etwa durch Inseln oder Küsten oder durch die sich ändernden Sediment-Mächtigkeiten auf den Kontinenten erzeugt werden - soweit sie natürlich das Kriterium der Zwei-Dimensionalität erfüllen. Als Musterbeispiel kann die Struktur eines Grabens angenommen werden, etwa eines idealisierten Rheingrabens, womit auf die Bedeutung der Methode für das in dieser Arbeit untersuchte Objekt hingewiesen werden soll.

Zunächst ist zu spezifizieren, wie der Begriff "dünn" zu verstehen ist. Damit sind wir gleich beim Prinzip der Idee: dünn ist die Mächtigkeit einer Schicht dann, wenn die horizontalen Komponenten des elektrischen Feldes oder (was äquivalent ist) die vertikale Magnetfeld-Komponente an der Obergrenze in guter Näherung gleich der an der Untergrenze der Schicht ist. Ist die Eindringtiefe p , wie sie in Gleichung (30) definiert ist (als Maß für die Abnahme der Felder mit der Tiefe), groß im Vergleich zur Schichtdicke d , ist die Methode erlaubt. Für spezifische Widerstände von 0.25 Ohm.m für Seewasser bzw. 1 Ohm.m als untere Grenze für Sedimente erhält man bei Perioden von 16 bzw. 4 Minuten eine Eindringtiefe^{*)} um die 15 km.

^{*)} Als Faustregel: die Eindringtiefe in km erhält man mit $p = \frac{1}{2} \sqrt{\rho T}$, wenn ρ in Ohm.m und die Periode in sec angegeben wird. Genau ist der Faktor vor der Wurzel $\frac{\sqrt{10}}{2\pi}$.

Nimmt man die Mächtigkeit dieser Wasser- bzw. Sedimentschicht mit nicht mehr als 5 km an, wird man wohl die Grenze erreicht haben, an der die Methode zu versagen beginnt.

An dieser Stelle sei nochmal das Ziel formuliert, das wir in diesem ganzen Kapitel über Modellrechnungen anstreben. Es geht darum die Z-H- (vertikale zu den horizontalen Magnetfeld-Komponenten) und E-H-Relationen (horizontale Komponenten des elektrischen zu denen des magnetischen Feldes) zu berechnen, und zwar in einem für die Interpretation von Messungen benötigten Orts-Frequenz-Bereich. Die Frequenz (oder die Periode als der reziproke Wert) ist variabel, wird aber für jeden Rechenvorgang festgehalten. Wie eben in Kapitel III.2.1. vorgeschlagen, werden im folgenden die Beziehungen zu den normalen horizontalen Magnetfeld-Komponenten hergestellt.



Zur Beschreibung der normalen und anomalen Anteile wollen wir hier bei der dünnen Deckschicht (mit der Mächtigkeit d) nicht von der spezifischen elektrischen Leitfähigkeit ausgehen, sondern von der dem speziellen Problem angemessenen Größe der integrierten Leitfähigkeit

Die additive Aufspaltung lautet so

$$\tau(y) = \tau_n + \tau_a(y) \quad (54)$$

Entsprechendes geschieht mit allen Feldkomponenten

$H = H_n + H_a$; ... In Anlehnung an diese integrierte Leitfähigkeit kann mit Hilfe des Ohm'schen Gesetzes (7) eine integrierte Stromdichte^{*)} angegeben werden mit

$$j(y) = \int_0^d E(y) \cdot \sigma(y, z) dz$$

Die Buchstaben j , E und unten H bezeichnen je eine der horizontalen Komponenten der Felder $\vec{j}$, $\vec{E}$ und $\vec{H}$. Im folgenden können bis zur Gleichung (60) die Ableitungen für die E-Polarisation und die H-Polarisation (III.2.1.) nahezu identisch durchgeführt werden. Entweder werden also die Komponenten

j_x, E_x, H_y ($Z = H_z$) im Fall der E-Polarisation betrachtet, oder

j_y, E_y, H_x ($Z = 0$) im Fall der H-Polarisation.

Da E nach Voraussetzung innerhalb der dünnen Schicht nicht von z abhängig ist, kann es bei obiger Integration als Konstante behandelt werden. Mit (53) folgt

$$j(y) = \tau(y) \cdot E(y)$$

Die Aufspaltung dieser Gleichung in normale und anomale Anteile

$$(j_n + j_a) = (\tau_n + \tau_a) \cdot (E_n + E_a)$$

impliziert die Trennung in

$$j_n = \tau_n E_n \quad (55a)$$

$$\text{und} \quad j_a = \tau_a E_n + \tau E_a \quad (55b)$$

Andererseits erhält man eine Gleichung für den anomalen integrierten Schichtstrom (natürlich genauso für den nor-

*) j hat hier die Dimension eines elektrischen Stroms pro Länge, sonst ist die Dimension immer Strom pro Fläche.

malen, der uns aber im Moment nicht interessiert) über die Maxwell'sche Gleichung (2') mit Hilfe des Stokes'schen Satzes durch eine ähnliche Überlegung wie bei der Herleitung der Stetigkeitsbedingung 2) im Kapitl I.

$$4\pi j_a = H_a^+ - H_a^- \quad (56)$$

wobei H^+ die horizontale Magnetfeld-Komponente gerade über der dünnen Schicht ist und H^- die gerade darunter. (56) ist die "dünne Schicht-Version" der Maxwell'schen Gleichung (2') (PRICE, 1949).

Mit diesen Voraussetzungen streben wir zur Gewinnung der $E-H_n$ - und $Z-H_n$ -Relationen als erstes Zwischenziel an, diesen anomalen Schichtstrom j_a zu berechnen, wenn das normale Magnetfeld (genauer die horizontale Komponente) an der Oberfläche vorgegeben ist. Dies gelingt, weil in (55b) einmal E_n durch H_n ausgedrückt werden kann (i), und sodann E_a mit j_a wieder über eine Integralgleichung zusammenhängt (ii):

- i) Die Relation E_n-H_n ist genau das Problem einer ein-dimensionalen Konfiguration (CAGNIARD'scher Fall): Gleichung (37)

$$E_n = iw \cdot C_c \cdot H_n \quad (57)$$

für die Erdoberfläche $z = 0$. C_c ist nach (45) zu berechnen (Kap. III.1.2.1.)

- ii) Um den Zusammenhang zwischen j_a und E_a zu finden, kehren wir nochmal in den oben benutzten Wellenzahlen-Bereich zurück; der Übergang vom Orts-Bereich dort hin, bzw. umgekehrt, ist durch die Fourier-Transformation (22) möglich. Im geschichteten ein-dimensionalen Halbraum ohne die inhomogene Deckschicht existiert dann wiederum der einfache lineare Zusammenhang zwischen den Horizontal-Komponenten des E- und des H-Feldes in der Form (31) (Kap. III.1.)

$$E_{n,a}(k,w) = iw \cdot C^-(k,w) \cdot H_{n,a}^-(k,w)$$

Die Indizierung n,a soll bedeuten, daß die Beziehung sowohl gilt, wenn überall der erste Index steht (n = normal), aber auch wenn überall der zweite steht (a = anomal). Wenn die dünne Deckschicht homogen oder gar nicht vorhanden wäre, würden die anomalen Anteile verschwinden. Hier aber interessieren wir uns gerade für sie. Das hochgestellte "-" in der obigen Gleichung soll hinweisen daß die Relation an der unteren Grenze der dünnen Schicht gültig ist. Über (56) (, das ja auch im k -Bereich gültig ist,) hängt E_a (E_a^- ist nach Voraussetzung gleich E_a^+ , ebenso $Z_a^- = Z_a^+$) mit H_a^+ zusammen

$$E_a = iw \cdot C^- \cdot (H_a^+ - 4\pi j_a) \quad (58)$$

Um das horizontale Magnetfeld H^+ an der oberen Grenze zu bekommen, verwenden wir die Maxwell'schen Gleichungen. (3) in der im k -Bereich linearen Form (25) lautet

$$ik \cdot H_a^+ + ik_z \cdot Z_a = 0 \quad (k_x = 0, k_y = k)$$

Da im oberen Halbraum $\sigma = 0$ (Luft), ist k_z , wie aus (29) ersichtlich,

$$k_z = i|k|, \quad \text{so gilt}$$

$$Z_a = - \frac{ik}{|k|} H_a^+ \quad (59)$$

Die Z -Komponente von (1_{kw}) (S. 26) hat die Form

$$-k \cdot E_a = -w \cdot Z_a \quad \text{und so ist}$$

$$H_a^+ = \frac{|k|i}{w} E_a. \quad \text{Dies setzen wir in (58) ein}$$

$$E_a(k,w) = -4\pi wi \cdot \frac{C^-(k,w)}{1 + |k|C^-(k,w)} \cdot j_a(k,w) \quad (60_E)$$

Diese Gleichung gilt für den Fall der E-Polarisation.

Bei der H-Polarisation verschwindet die vertikale Magnetfeld-Komponente (siehe auch Bemerkung nach Gleichung (50)) und damit nach (59) auch H_a^+ . Aus (58) wird so einfach

$$E_a(k, w) = -4\pi w i \cdot C^-(k, w) \cdot j_a(k, w) \quad (60_H)$$

Dies ist also nun jeweils der gesuchte Zusammenhang von j_a und E_a , also $j_{a,x}$ und $E_{a,x}$ im Falle der E-Polarisation (60_E) und $j_{a,y}$ und $E_{a,y}$ im Falle der H-Polarisation (60_H) und zwar im Wellenzahlen-Bereich. Bei der Transformation in den Orts-Bereich wird - wie im Kapitel III.1.1. gezeigt - die Multiplikation rechts zur Faltung, so daß wir endlich die angekündigte Integralgleichung haben

$$E_a(y, w) = -4\pi w i [S(y, w) \otimes j_a(y, w)] \quad (61)$$

Die Faltungskerne S werden nach dem Vorbild der Gleichung (34) gewonnen im Fall der E-Polarisation

$$S_E(y, w) = 2 \int_0^\infty \frac{C^-(k, w)}{1 + |k|C^-(k, w)} \cdot \cos(2\pi k y) \cdot dk \quad (62_E)$$

und im Fall der H-Polarisation

$$S_H(y, w) = 2 \int_0^\infty C^-(k, w) \cdot \cos(2\pi k y) \cdot dk \quad (62_H)$$

Mit den beiden Beziehungen (57) und (61) gehen wir nunmehr in die Gleichung (55b) (wir sind jetzt wieder zurück im Orts-Bereich) und erhalten die Grundgleichung zur Berechnung des anomalen Schichtstroms, wenn wir uns das normale magnetische Horizontalfeld vorgegeben haben

$$\frac{1}{i w} \cdot j_a = \tau_a \cdot C_c \cdot H_n - 4\pi \tau [S \otimes j_a] \quad (63)$$

Die Skalenlänge C_c ist nach (45) und der Faltungskern S nach (62) zu berechnen; τ_a, τ und w hat man sich vorgegeben.

Die Lösung dieser impliziten Integralgleichung (63)

für j_a kann numerisch durchgeführt werden entweder durch Matrix-Inversion oder durch ein Iterations-Verfahren. Bei letzterem wird mit einer ersten Näherung $j_a^{(1)} = \tau_{aiw} \cdot C_c \cdot H_n$ die Faltung rechts durchgeführt und so ein $j_a^{(2)}$ berechnet, dies wiederum rechts eingesetzt und so weiter, bis der Unterschied von einer Iteration zur nächsten hinreichend klein wird. Dieses Verfahren konvergiert tatsächlich, wenn die anomale Selbstinduktion klein ist, genauer, wenn die Leitfähigkeit τ nicht zu gut, die Periode $T = \frac{2\pi}{w}$ nicht zu kurz und die Dimension der Anomalie L (etwa als eine Halbwertsbreite, bei der die anomalen Felder auf die Hälfte ihres Maximalwertes abgenommen haben) nicht zu groß sind. PRICE (1949) leitet die Bedingung ab

$$w \cdot \tau \cdot L \leq 1 \quad *)$$

Ist diese Relation nicht erfüllt, muß man mit einer modifizierten ersten Näherung beginnen, um Konvergenz zu erreichen (SCHMUCKER, 1971).

In der Praxis hat sich, vorallem aus Gründen der Rechenzeit-Ersparnis eine Kombination der Verfahren der Matrix-

*) Im konkreten Fall des Rheingrabens mit einer Breite von etwa 30 km = $3 \cdot 10^6$ cm und spezifischen Widerständen ρ nicht unter 1 Ohm.m = 10^{11} s⁻¹.cm² bei den Sedimenten (Tertiär und Quartär) mit Mächtigkeiten d von maximal 1500 m (an der Stelle unseres Meßprofils), was einer integrierten Leitfähigkeit von

$$\tau = \frac{d}{\rho} = \frac{1500 \cdot 10^2}{10^{11}} = 1.5 \cdot 10^{-6} \text{ s} \cdot \text{cm}^{-1}$$

entspricht, ist Konvergenz nach dem angegebenen Verfahren gewährleistet für Perioden $T \geq 2\pi \cdot 1.5 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^6 = \approx 30$ s; bei dieser Periode ist aber auch die Näherung der dünnen Schichten nicht mehr zulässig (s. Abschätzung zu Beginn dieses Kapitels).

Inversion und der Iteration bewährt.

Haben wir schließlich den anomalen Schichtstrom j_a , stehen wir kurz vor dem Ziel unserer $E-H_n$ und, im Falle der E-Polarisation zusätzlich, der $Z-H_n$ -Relation: Aus der letzten Iteration ist E_n und E_a bekannt, sie sind nämlich im wesentlichen (bis auf die integrierten Leitfähigkeiten) der erste und zweite Summand in (63) auf der rechten Seite; man könnte sie auch nochmal berechnen nach (61) und (57). Damit kennen wir auch das gesamte elektrische Horizontalfeld als Summe von beiden Teilfeldern $E = E_n + E_a$. Im Falle der E-Polarisation erhält man die vertikale Magnetfeld-Komponente aus der ersten Maxwell'schen Gleichung (1) (im (x,w) -Bereich) durch die horizontale Ableitung des elektrischen Feldes

$$\frac{\delta E_x}{\delta y} = iw \cdot Z$$

Ohne Schwierigkeit lassen sich natürlich auch andere, eventuell interessierende Feldgrößen berechnen, z.B. das anomale horizontale Magnetfeld an der Erdoberfläche H_a^+ aus der Vertikal-Komponente $Z (= Z_a)$, wenn wir Gleichung (59) in den Orts-Bereich transformieren

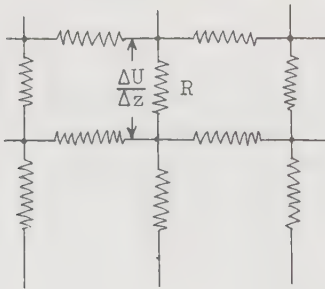
$$H_a^+ = - K \cdot Z$$

Der Faltungskern $K(y)$ als Fourier-Transformierte von $\frac{i|k|}{k}$ erweist sich dabei als der K-Operator von SIEBERT & KERTZ (1957).

III.2.2.2. Modelle beliebiger zwei-dimensionalen Konfiguration

Zur Lösung des Induktions-Problems in beliebigen zwei-dimensionalen Modellen wurden in der Literatur mehrere numerische Möglichkeiten vorgeschlagen. Man kann drei prinzipiell verschiedene Methoden unterscheiden:

i) Die "Transmission-line-Analogie" beruht auf der Ähnlichkeit der für unser Problem wichtigen Maxwell'schen Gleichungen mit den den Stromfluß und die Spannungsverhältnisse in einem zwei-dimensionalen elektrischen Netzwerk beschreibenden Gleichungen des Ohm'schen und der Kirchhoff'schen Gesetze. Der Spannungsabfall $\frac{\Delta U}{\Delta z}$ zwischen zwei (z.B.



untereinander liegenden) Punkten in einem elektrischen Netzwerk wird beschrieben durch das Ohm'sche Gesetz

$$\frac{\Delta U}{\Delta z} = R \cdot I_z, \text{ wenn } R \text{ der}$$

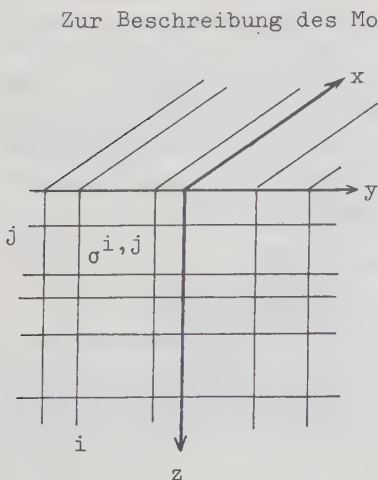
Ohm'sche Widerstand zwischen den beiden Punkten und I_z die Stromstärke in z-Richtung ist.

Genauso sieht aber z.B. die

für den Fall der H- bzw. E-Polarisation benötigte y-Komponente der Maxwell-Gleichung (2') bzw. (1) aus, wenn wir U durch H_x bzw. E_x , R durch $4\pi\sigma$ bzw. $-i\omega$ und I_z durch E_y bzw. H_y ersetzen. Analoges gilt für andere Komponenten. Für jeden Netzknoten kann so mit Hilfe des 1. Kirchhoff'schen Gesetzes die Spannung aus der der umliegenden Punkte (z.B. der vier Punkte links, rechts, oben und unten bei dem Netz obiger Konfiguration) berechnet werden. Man erhält ein lineares Gleichungssystem, das (unter Berücksichtigung geeigneter Randbedingungen) gelöst werden kann durch Matrix-Inversion (WRIGHT, 1969) oder durch ein Iterations-Verfahren.

ii) Die Methode der "endlichen Elemente" (finite element method) wurde zunächst entwickelt zur Lösung von Problemen der Wärmeleitung. Man bedient sich dabei des allgemein gültigen Prinzips der Minimalisierung der Energie. Dieses ist in der Physik auch bekannt als das HAMILTON'sche Prinzip. Die räumliche Variation der Felder und damit der Energie wird durch eine endliche Zahl diskreter Werte beschrieben, zwischen denen lineare Variation angenommen wird. Für die Punkte eines dem speziellen Problem angemessenen Gitternetzes wird wieder ein Gleichungssystem aufgestellt in der Weise, daß die Gesamtenergie minimal wird. Die Methode der Lösung ist wieder eine Matrix-Inversion (COGGON, 1971).

iii) Die dritte und heute wohl am häufigsten verwandte Möglichkeit wird meist als die Methode der endlichen Differenzen bezeichnet (finite difference method), die Differentialgleichungen werden durch Differenzen-Gleichungen angenähert. Nach dieser Methode wurde ein Teil der Modelle gerechnet, die später (Kapitel VII.4.) vorgestellt werden. Darum soll das Prinzip etwas ausführlicher dargestellt werden und zwar in einer von JONES & PRICE (1970) und JONES & PASCOE (1971) vorgeschlagenen Form:



über einen Querschnitt senkrecht zur Streichrichtung (Richtung, in der sich die Leitfähigkeit nicht ändert) der Struktur gelegt einschließlich der Luft (im Fall der H-Polarisation kann diese weggelassen werden, da dort H räumlich konstant ist). Es entstehen so einzelne rechteckige Zellen im allgemeinen von unterschiedli-

cher Größe. Jeder von ihnen wird eine Leitfähigkeit $\sigma^{i,j}$ zugeordnet. Das Problem ist nun sehr kurz zu verbalisieren: Für alle Zellen sind simultan die Maxwell'schen Gleichungen zu lösen, oder - was eine äquivalente Aussage ist - für jede Zelle ist die Diffusionsgleichung zu lösen, wobei entsprechende Bedingungen an den Grenzflächen (Randbedingungen) berücksichtigt werden müssen.

Die Diffusionsgleichungen sind, wie in (14) und (15) zu sehen, Vektorgleichungen. Auf Grund der Zwei-Dimensionalität des Modells, kann man die beiden entkoppelten, trotzdem aber den physikalischen Vorgang vollständig beschreibenden Fälle der E- und der H-Polarisation trennen, wo $\vec{E}$ bzw. $\vec{H}$ nur eine nicht verschwindende Komponente hatte: wir können uns begnügen, für jeden der Fälle die skalare Diffusionsgleichung zu lösen.

$$\text{E-Polarisation} \quad \vec{E} = (E_x, 0, 0) \quad \vec{H} = (0, H_y, Z)$$

$$\Delta E_x - 4\pi\sigma\omega i E = 0 \quad (64_E)$$

$$\text{H-Polarisation} \quad \vec{E} = (0, E_y, E_z) \quad \vec{H} = (H_x, 0, 0)$$

$$\Delta H_x - 4\pi\sigma\omega i H_x = 0 \quad (64_H)$$

Diese beiden Gleichungen gelten für alle Punkte in solch einem homogenen Bereich einer Zelle, z.B. der Leitfähigkeit $\sigma^{i,j}$. Verwenden wir wieder den Buchstaben F stellvertretend für E_x bzw. H_x , (um Schreibarbeit zu sparen,) und führen die Betrachtung getrennt für Real- und Imaginärteil $F = f + ig$ durch, so wird (64)

$$\Delta f + i \Delta g = i\beta f - \beta g$$

mit der Abkürzung $\beta = 4\pi\sigma\omega$, oder aufgespalten

$$\Delta f = -\beta g \quad (65a)$$

$$\Delta g = \beta f \quad (65b)$$

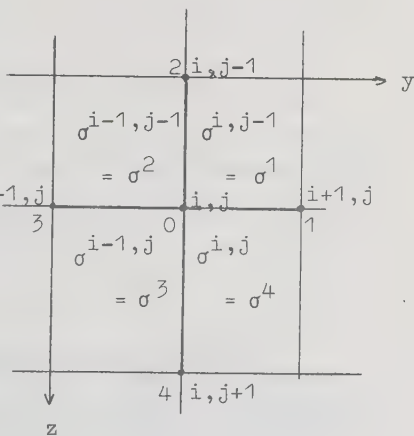
Die Methode der endlichen Differenzen besteht nun darin, daß die Differentialoperation

$$\Delta = \frac{\delta^2}{\delta y^2} + \frac{\delta^2}{\delta z^2} \quad \left(\frac{\delta}{\delta x} \text{ und damit } \frac{\delta^2}{\delta x^2} \text{ ist} \right.$$

nach Voraussetzung identisch Null) ersetzt wird durch endliche Differenzen-Quotienten. Dabei brauchen wir nur die ersten Ableitungen ersetzen, wenn wir uns einer nach der zweiten Ableitung abbrechenden Taylor-Entwicklung der Felder f und g bedienen

$$\begin{aligned} f^{i\pm 1,j} - f^{i,j} &= \frac{f^{i+1,j} - f^{i-1,j}}{y^{i+1} - y^{i-1}} \cdot |(y^i - y^{i\pm 1})| = \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\delta^2 f}{\delta y^2} \right)^{i,j} \cdot |(y^i - y^{i\pm 1})|^2 \quad (+ \dots) \quad (66a) \end{aligned}$$

$f^{i,j}$ soll den Feldwert f an der Stelle i,j (i bezeichnet die vertikalen und j die horizontalen Gitterlinien) bedeuten, y^i ist der Abszissenwert der i -ten Gitterlinie. Der Quotient des dritten Summanden ist gerade der Differenzen-Quotient, der die erste Ableitung $\left(\frac{\delta}{\delta y} \right)^{i,j}$ ersetzt. Eine völlig analoge Gleichung gilt natürlich für die Ableitung in der Vertikalen



$$\begin{aligned} f^{i,j\pm 1} - f^{i,j} &= \frac{f^{i,j+1} - f^{i,j-1}}{z^{j+1} - z^{j-1}} \cdot |(z^j - z^{j\pm 1})| = \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\delta^2 f}{\delta z^2} \right)^{i,j} \cdot |(z^j - z^{j\pm 1})|^2 \quad (+ \dots) \quad (66b) \end{aligned}$$

Selbstverständlich sind (66a) und (66b) genauso gültig für den Imaginärteil g . Realteil und Imaginärteil des Feldwertes am Gitterpunkt i,j kann also berechnet werden,

wenn die Werte an den vier benachbarten Punkten $(i+1, j)$, $(i, j-1)$, $(i-1, j)$ und $(i, j+1)$ bekannt sind. Addition der vier Gleichungen (66a) und (66b) (jeweils einmal das obere und einmal das untere Vorzeichen) und Einsetzen der so gewonnenen Ausdrücke für die zweiten Ableitungen in (65) ergeben nämlich die linearen Beziehungen

$$A f^{i,j} - \beta g^{i,j} = B f^{i-1,j} + C f^{i,j-1} + D f^{i-1,j} + E f^{i,j-1} \quad (67a)$$

und

$$A g^{i,j} + \beta f^{i,j} = B g^{i-1,j} + C g^{i,j-1} + D g^{i-1,j} + E g^{i,j-1} \quad (67b)$$

Die Faktoren A bis E sind dabei

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{(d^j)^2} + \frac{1}{(d^{i-1})^2} + \frac{1}{(d^j)^2} + \frac{1}{(d^{j-1})^2} \\ B &= \frac{1}{(d^i)^2} + \frac{1}{(d^{i-1}+d^i)} \left(\frac{1}{(d^{i-1})^2} - \frac{1}{(d^i)^2} \right) \\ C &= \frac{1}{(d^{j-1})^2} + \frac{1}{(d^j+d^{j-1})} \left(\frac{1}{(d^j)^2} - \frac{1}{(d^{j-1})^2} \right) \\ D &= \frac{1}{(d^{i-1})^2} + \frac{1}{(d^i+d^{i-1})} \left(\frac{1}{(d^i)^2} - \frac{1}{(d^{i-1})^2} \right) \\ E &= \frac{1}{(d^j)^2} + \frac{1}{(d^{j-1}+d^j)} \left(\frac{1}{(d^{j-1})^2} - \frac{1}{(d^j)^2} \right), \end{aligned} \quad (68)$$

wobei die Abstände der Gitterlinien eingeführt wurden mit

$$d^i = y^{i+1} - y^i \quad \text{analog mit } j.$$

Diese Faktoren sind nur von den Gitterkonstanten abhängig, die man sich vorzugeben hat. Wenn man also noch β kennt sind $f^{i,j}$ und $g^{i,j}$ nach beiden Gleichungen (67) aus den Werten an den vier umliegenden Punkten zu berechnen. Allerdings hat man zunächst vier Möglichkeiten die Größe $\beta = 4\pi\sigma w$ zu wählen, da man dem Punkt (i, j) nicht nur die

Leitfähigkeit $\sigma^{i,j}$ ($= \sigma^4$), sondern auch $\sigma^{i,j-1}$ ($= \sigma^1$), $\sigma^{i-1,j-1}$ ($= \sigma^2$) und $\sigma^{i-1,j}$ ($= \sigma^3$) zuordnen kann, wie aus obiger Skizze zu ersehen. (Im folgenden wollen wir uns meist der etwas bequemerem Indizierung durch arabische Ziffern bedienen, wie oben in den Klammern angegeben und auch aus der Skizze zu entnehmen ist.) Das heißt, wir erhalten also aus (67) je vier Lösungen $f_1^0, f_2^0, f_3^0, f_4^0$ und $g_1^0, g_2^0, g_3^0, g_4^0$, wobei der tiefgestellte Index hier die Leitfähigkeit bzw. das entsprechende β bezeichnet, mit dem die Lösung gewonnen wurde. Aus diesen vier Lösungen muß das entgültige f^0 bzw. g^0 berechnet werden. An dieser Stelle hat man sich der Stetigkeitsbedingungen zu erinnern. Dabei müssen wir die beiden Fälle der E- und der H-Polarisation getrennt betrachten.

E-Polarisation: $\vec{E} = (E_x, 0, 0)$ $\vec{H} = (0, H_y, Z)$

Wir nützen die Stetigkeit der zu den Grenzflächen tangentialen Magnetfeld-Komponente aus, die wir durch die räumliche Ableitung des elektrischen Feldes berechnen können gemäß der Maxwell'schen Gleichung (1)

$$\begin{aligned} -i\omega H_y &= \frac{\delta E_x}{\delta z} & \text{und} \\ -i\omega Z &= -\frac{\delta E_x}{\delta y} \end{aligned} \quad (69)$$

wieder durch Näherung mittels endlicher Differenzen-Quotienten. Sei also f^0 (als der Realteil von E_x , die Betrachtung ist analog für den Imaginärteil durchzuführen) der zunächst noch unbekannte endgültige Feldwert am interessierenden Punkte 0 (oder (i,j)), dann gilt auf Grund der Stetigkeit von H_y an der Gittergrenze j zwischen den vertikalen Gitterlinien i und $i-1$ (Änderung der Leitfähigkeit von σ^2 auf σ^3)

$$f^0 - f^2 = f_2^0 - f^2 \quad \text{aber auch}$$

$$f^0 - f^2 = f_3^0 - f^2$$

(Der Gitterabstand d^{j-1} im Nenner ist überall vorhanden und kann so gekürzt werden.) Zwischen den vertikalen Gitterlinien $i+1$ und i gilt genauso (Änderung der Leitfähigkeit von σ^1 auf σ^4)

$$f^0 - f^2 = f_1^0 - f^2$$

$$f^0 - f^2 = f_4^0 - f^2$$

Nochmal vier solcher Identitäten erhalten wir durch Ersetzen des (hochgestellten, die Leitfähigkeit bezeichnenden) Index ² durch ⁴. Aus der Stetigkeitsbedingung für Z findet man sehr ähnliche Beziehungen (und die Stetigkeit der Normalkomponente von H hätten wir auch noch zur Verfügung). Diese brauchen wir aber gar nicht mehr, da schon bei der Addition der obigen vier Gleichungen

$$f^0 = \frac{1}{4} \sum_{v=1}^4 f_v^0 \quad (70_E)$$

ersichtlich wird, daß die endgültige Lösung f^0 (und g^0 als Real- und Imaginärteil des elektrischen Feldes) am Gitterpunkt O durch Bildung des arithmetischen Mittels aus den vier Lösungen der Gleichung (67) gewonnen wird.

H-Polarisation: $\vec{E} = (0, E_y, E_z)$ $\vec{H} = (H_x, 0, 0)$

Jetzt verwenden wir die Stetigkeit der tangentialen E-Feld-Komponenten, wieder berechnet durch die räumliche Ableitung des magnetischen Feldes nach der Maxwell'schen Gleichung (2')

$$4\pi\sigma E_y = \frac{\delta H_x}{\delta z} \quad \text{und} \quad 4\pi\sigma E_z = -\frac{\delta H_x}{\delta y} \quad (71)$$

Sei σ^0 eine fiktive Leitfähigkeit, die zur endgültigen Lösung f^0 , g^0 (jetzt als Real- und Imaginärteil des

Magnetfeld-Komponente H_x) gehört. Die gleiche Überlegung wie bei der E-Polarisation führt zu

$$\frac{1}{\sigma^0} (f^0 - f^2) = \frac{1}{\sigma^2} (f_2^0 - f^2)$$

$$\frac{1}{\sigma^0} (f^0 - f^2) = \frac{1}{\sigma^3} (f_3^0 - f^2)$$

$$\frac{1}{\sigma^0} (f^0 - f^2) = \frac{1}{\sigma^1} (f_1^0 - f^2)$$

$$\frac{1}{\sigma^0} (f^0 - f^2) = \frac{1}{\sigma^4} (f_4^0 - f^2)$$

Addition dieser vier Gleichungen ergibt mit

$$M = \sum_{v=1}^4 \frac{f^0}{\sigma^v} \quad \text{und} \quad N = \sum_{v=1}^4 \frac{1}{\sigma^v}$$

$$\frac{4}{\sigma^0} (f^0 - f^2) = M - N \cdot f^2$$

Dieselbe Beziehung ist auch gültig mit f^1 (und f^3 und f^4)

$$\frac{4}{\sigma^0} (f^0 - f^1) = M - N \cdot f^1$$

Division der letzten beiden Gleichungen läßt die hier nicht interessierende fiktive Leitfähigkeit σ^0 wegfallen

$$\frac{f^0 - f^1}{f^0 - f^2} = \frac{M - N f^1}{M - N f^2}$$

Elimination von f^0 ergibt die Formel zur Berechnung des endgültigen Wertes der einzigen nicht verschwindenden Komponente des Magnetfeldes H_x am Punkte 0

$$f^0 = \frac{M}{N} = \frac{\sum_{v=1}^4 \frac{f^0}{\sigma^v}}{\sum_{v=1}^4 \frac{1}{\sigma^v}} \quad (70_H)$$

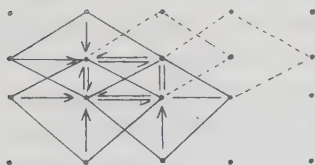
Im Falle der H-Polarisation erhalten wir also die Lösung durch eine etwas kompliziertere Mittelung über die vier Lösungen von (67) - komplizierter als im Fall der E-Polarisation -, bei der auch nochmal die vier

dem Zentralpunkt O benachbarten Leitfähigkeiten berücksichtigt werden müssen.

Die eben beschriebenen Überlegungen haben uns zu dem Zwischenziel geführt, daß wir an jedem Punkt des Gitternetzes - außer an den Rändern, da dort mindestens ein Nachbar fehlt- die einzige nicht verschwindende Komponente des E-Feldes im Falle der E-Polarisation oder des Magnetfeldes im Falle der H-Polarisation mit Hilfe von (67) und (70) berechnen können, wenn wir die entsprechenden Werte an den vier umliegenden Punkten kennen. In diese Berechnung gehen die Abstände zu diesen Nachbarn im Gitter ein, sowie die Leitfähigkeiten der umliegenden Regionen. Die endgültige Feldverteilung im ganzen Gitter erhalten wir schließlich durch einen Iterations-Prozeß nach der Methode von Gauss-Seidel. Zunächst gilt es, jedem Gitterpunkt in einer ersten Näherung einen Wert zuzuordnen, der natürlich im allgemeinen falsch ist, weil wir ihn ja noch gar nicht kennen. Dazu wählen wir unser Gitter so groß, daß der linke und der rechte Rand hinreichend weit von lateralen Änderungen der Leitfähigkeit entfernt sind, so daß dort die Induktion als "normal" im Sinne der Überlegungen zum Schluß des Kapitels III.2.1. betrachtet werden kann. Der Begriff "hinreichend weit" wird genauer gefaßt durch den Betrag der Skalenlänge $C_c(w)$ (III.1.1.) für jeweils das dort am Rand ein-dimensionale, geschichtete Substratum. Für diese beiden CAGNIARD'schen Modelle des linken und des rechten Randes - sie brauchen nicht identisch zu sein - können nun nach einer sehr ähnlichen Methode wie der im Kapitel III.1.2.1. beschriebenen die Felder - im Falle der E-Polarisation das (durch nur eine Komponente zu beschreibende) elektrische Feld und analog das magnetische im Falle der H-Polarisation - berechnet werden. (In 1.2.1. erfolgt die Berechnung nur für die Erdoberfläche; aus der Ableitung ist aber sehr leicht zu ersehen,

wie man die Felder in jeder beliebigen Tiefe erhalten kann. Außerdem benötigen wir hier die Felder selbst und nicht die Quotienten von elektrischem zu magnetischem Feld; an Stelle der hyperbolischen Cotangens-Funktion wird deshalb der $\sinh$ bzw. $\cosh$ benötigt.) Kennen wir so an jedem Gitterpunkt des linken und rechten Randes die Feldwerte, können wir durch lineare Interpolation auf der j -ten Gitterlinie jedem Punkt im Inneren des Modells ebenfalls einen Wert zuordnen. Damit kann mit dem Iterations-Prozeß begonnen werden, indem bei festgehaltenen Werten der Punkte an den Rändern ab dem Punkt ^{2,2} in der linken oberen Ecke bis zu dem in der vorletzten Zeile und vorletzten Spalte die Feldwerte nach obigen Schema aus den Werten berechnet werden, die die vier Nachbarn haben, aus deren Abständen im Gitter und aus den Leitfähigkeiten der vier umliegenden Regionen. Im Inneren des Modells ist so immer schon der linke und der obere Nachbar zur Neuberechnung in derselben Iteration verbessert worden, der rechte und untere haben noch den Wert der vorhergehenden Iteration. Eine Störung,

z.B. durch eine andere Leitfähigkeit in einer homogenen Umgebung, breitet sich pro Iteration um einen Gitterabstand in horizontaler und vertikaler Richtung aus. Die neue Berechnung für alle



Punkte im Inneren muß so oft wiederholt werden, bis die Änderung der Feldwerte (z.B. der größten Änderung) hinreichend klein wird.

Somit hat man schließlich die gesamte räumliche Verteilung des Real- und des Imaginärteils des elektrischen - im Falle der E-Polarisation - bzw. des magnetischen Feldes - im Falle der H-Polarisation - gewonnen (für die feste vorgegebene Periode $T = \frac{2\pi}{w}$; für andere Perioden muß die Rechnung getrennt durchgeführt werden). Im spe-

ziellen sind die Felder an der Erdoberfläche bekannt. Andere Feldkomponenten und damit die Übertragungs-Funktionen von E-H und Z-H können leicht nach (69) und (71) berechnet werden. Da die Felder an allen Punkten bekannt sind, können auch alle möglichen interessierenden Relationen bestimmt werden, z.B. die Werte des scheinbaren spezifischen Widerstandes aus dem E-Feld an einer Wanderstation (y^1) zu dem H-Feld an einer Basisstation (y^0). (Im allgemeinen werden die lokalen Felder aufeinander bezogen.)

All diese Berechnungen können natürlich nur mit Hilfe einer elektronischen Rechenanlage durchgeführt werden. In der Praxis wird man sich beim Rechenprozeß bestimmter Kontrollmöglichkeiten bedienen, um zu sehen, wie sinnvoll das Ergebnis ist. Außer dem Endergebnis wird man sich so z.B. Zwischenwerte ausdrucken lassen, um die Konvergenz des Verfahrens beobachten zu können; unter Umständen wird man die gesamte Feldkonfiguration tabellieren lassen, um zu sehen, ob die Störungen an den Rändern genügend abgeklungen sind. Es kann sonst zu physikalisch nicht sinnvollen Verzerrungen durch die Starrheit der Randwerte kommen. Es gibt allerdings auch die Möglichkeit, diese "starren" Randbedingungen durch "freie" zu ersetzen, auch diese Randwerte dürfen sich dann während des Iterationsprozesses in geeigneter Weise verändern (HAAK, 1974).

B. Verarbeitung der Geländemessungen

IV. Frequenz-Analyse der natürlichen zeitlichen Variationen der elektromagnetischen Felder

Die Interpretation von Messungen der elektromagnetischen Felder mit Hilfe von Modellrechnungen erfolgt im allgemeinen - wie in Kapitel III.1.1. ausgeführt - in einem Orts-Frequenz-Bereich. Mit Mitteln der Mathematik haben wir eben in den letzten Kapiteln den Weg aus dem Wellenzahlen-Frequenz-Bereich dorthin beschritten. Im weiteren müssen wir uns noch überlegen, wie die Registrierungen vom Zeit- in den Frequenz-Bereich transformiert werden können.

Wir haben dafür mehrere Techniken zur Verfügung, die vom Prinzip her äquivalent sind. Die Ergebnisse unterscheiden sich, da die vorauszusetzenden Annahmen unterschiedlich sind und so in unterschiedlicher Weise den natürlichen Signalen angemessen sind. Für alle Methoden müssen wir zunächst die vorliegende Information (in den Variationen der elektromagnetischen Felder) in einer mathematisch faßbaren Form vorliegen haben. Der dazu nötige Prozeß ist der der Digitalisierung: die zeitlich kontinuierlichen Feldschwankungen $F(t)$ werden durch eine Folge von N diskreten Werten F_v ersetzt, die zu festen, am besten in äquidistanten Abstand Δt liegenden Zeitpunkten t_v den wirklichen Feldwerten $F_v = F(t_v)$ entsprechen. Die Endlichkeit des Digitalisierungsabstandes Δt bewirkt bereits bei unserer Datenmanipulation eine erste Abweichung vom wirklichen physikalischen Geschehen (sofern solches überhaupt existiert): Frequenzen kleiner als die Nyquist- oder Faltungsfrequenz $w_{\text{Nyqu}} = \frac{\pi}{\Delta t}$ sind nicht aufzulösen und werden deshalb bei der folgenden Analyse als nicht existent betrachtet.

Von untergeordneter Bedeutung ist die Möglichkeit der Datenerfassung durch Verarbeitung von Analog-Signalen, etwa die Analyse von analogen Magnetband-Registrierungen mit Hilfe von elektronischen Bauteilen (z.B. Filtern). Wir wollen aber im folgenden annehmen, daß die digitalisierten Folgen $\{F_v\}$ vorliegen.

IV.1. Harmonische Analyse

Mit der Grundperiode T_0 periodische Funktionen $F(t)$

$$F(t) = F(t + kT_0) \quad k = 0, +1, +2, \dots$$

können in einer Fourier-Reihe entwickelt werden, wenn sie den Dirichlet'schen Bedingungen genügen, d.h. wenn sich das Grundintervall T_0 in endlich viele Teilintervalle zerlegen läßt, in denen die Funktion stetig und monoton ist, und wenn an jeder Unstetigkeitsstelle t_u der Wert mit $\frac{1}{2}(F(t_u-0) + F(t_u+0))$ definiert wird (s. etwa BRONSTEIN-SEMENDJAJEW, 1967, S.474). Empirische Funktionen erfüllen diese Bedingungen (s. etwa HARJES, 1969), so daß also der Ansatz erlaubt ist

$$F(t) = \sum_{\mu=0}^{\infty} (f_{\mu} \cos(\frac{2\pi}{T_0}\mu t) + g_{\mu} \sin(\frac{2\pi}{T_0}\mu t)) \quad (72)$$

Die Fourier-Koeffizienten f_{μ} und g_{μ} werden berechnet nach

$$\begin{Bmatrix} f_{\mu} \\ g_{\mu} \end{Bmatrix} = \frac{a}{T_0} \int_0^{T_0} F(t) \cdot \begin{Bmatrix} \cos \\ -\sin \end{Bmatrix} (\frac{2\pi}{T_0}\mu t) \cdot dt \quad (73)$$

$a = 1$, wenn $\mu = 0$, $a = 2$ sonst.

Sind andererseits diese Fourier-Koeffizienten bekannt, kann umgekehrt nach (72) wieder die Originalfunktion näherungsweise berechnet werden, indem die Summierung nach $k_{\max}$ Gliedern abgebrochen wird. In den Abb.4 und 5 wird unter anderem dieser zur Fourier-Analyse inverse Vorgang der Synthese veranschaulicht. (Die Fourier-Trans-

formation wurde auch im Kapitel III. (Gleichungen (22)) benützt, dort für kontinuierliche Funktionen.)

Da wir nach der Digitalisierung die zu analysierende Funktion $F(t)$ - in unserem Fall eine der registrierten Feldkomponenten E_x oder E_y bzw. H , D oder Z - nicht mehr kontinuierlich kennen, wie es für die Integration in (73) nötig wäre, sondern nur noch die N Werte F_v , haben wir - wie schon festgestellt - Information hinsichtlich des Frequenzinhalts verloren, die uns noch zur Verfügung stehende steckt in der endlichen Anzahl der digitalisierten Werte. Die Fourier-Koeffizienten lassen sich numerisch durch eine Summation anstelle der Integration nach den Bessel'schen Formeln berechnen

$$\begin{Bmatrix} f_\mu \\ g_\mu \end{Bmatrix} = \frac{a}{N} \sum_{v=0}^{N-1} F_v \begin{Bmatrix} \cos \\ -\sin \end{Bmatrix} \left(\frac{2\pi}{N} \mu v \right) \quad (74)$$

$$\text{wiederum } a = \begin{cases} 1 & \text{wenn } \mu = 0 \\ 2 & \text{sonst} \end{cases}$$

(Die Ableitung kann man z.B. bei KERTZ (1970) finden. Auch eine graphische Methode zu Bestimmung der Fourier-Koeffizienten wird dort angegeben.)

Das so berechnete Paar $(f, g)_\mu$, aufgefaßt als komplexe Zahl, repräsentiert Real- und Imaginärteil des spektralen Anteils der μ -ten Harmonischen mit der Frequenz $\frac{2\pi}{T}$.

1965 wurde von COOLEY & TUCKEY ein Algorithmus vorgeschlagen, der heute unter dem Namen Schnelle Fourier-Transformation weite Verbreitung gefunden hat: Wenn die Anzahl der digitalen Werte der zu analysierenden Schwingung als eine Potenz zur Basis 2 gewählt wird, also $N = 2^i$ mit $i = 1, 2, \dots$, dann kann durch geeignete Umformung und Zusammenfassung einzelner Glieder bei der Summation die Anzahl der erforderlichen Multiplikationen auf $2N \cdot \log_2(N)$ gesenkt werden im Gegensatz zu N^2 bei der normalen (diskreten) Fourier-Transformation (z.B. KERTZ, 1970). Je grö-

Bei der Datenmenge ist, um so relativ mehr Rechenzeit läßt sich auf diese Weise einsparen. Bei $N = 2^{10} = 1024$ sind z.B. nur noch etwa 2% des Rechenaufwandes nötig, bei $N = 2^{15} = 32768$ weniger als 1% gegenüber der gewöhnlichen Fourier-Transformation.

Eine prinzipielle Schwierigkeit bei der Fourier-Analyse liegt in der Wahl der Grundperiode T_0 . Wählt man nur kurze Intervalle mit wenigen Punkten zur Analyse, also kleines N , erhält man nur wenig Harmonische ($\geq \frac{N}{2}$) und die Frequenz-Auflösung ist gering, der Frequenz-Abstand bei niederen Harmonischen ist groß. Nimmt man sehr lange Intervalle, großes N , kann die Tatsache, daß jeder spektrale Anteil der Information aus der gesamten Intervall-Länge T_0 gezogen wird, der häufig offensichtlichen Aperiodizität im physikalischen Geschehen nicht angemessen sein. Schon durch visuelle Untersuchung von Registrierungen ist oft der Impuls-Charakter der Variationen auffallend, bei der Fourier-Analyse wird die Energie gleichsam "verschmiert" über die ganze Intervall-Länge. Auch das Nutz-zu-Rausch-Verhältnis wird dabei verschlechtert. Des weiteren kann die Voraussetzung der Periodizität des Grundintervalls in Vergangenheit wie Zukunft beim Anschluß des ersten Wertes im Intervall an den letzten (oder umgekehrt) Unstetigkeiten (Knicke oder Sprünge) erzeugen, die tatsächlich nicht vorhandene Amplituden vortäuschen (s. Abb. 5). (In der Praxis hat man immer das gleichzeitig registrierte Intervall in mehreren Komponenten (vier bei der Magnetotellurik, drei bei der Erdmagnetischen Tiefensondierung) zu analysieren; auch bei sorgfältiger Wahl sind diese "Anschluß-Fehler" kaum zu vermeiden.) Diese genannten Schwierigkeiten werden bei der im folgenden beschriebenen Art der Frequenz-Analyse teilweise vermieden.

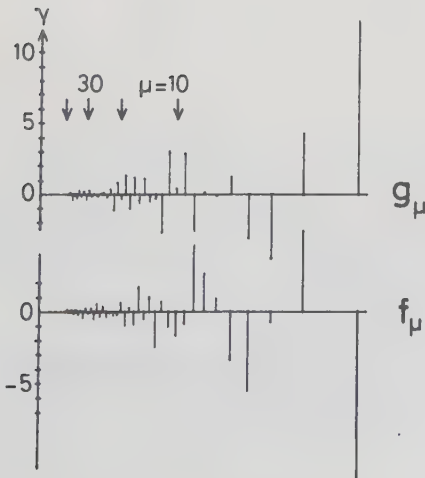
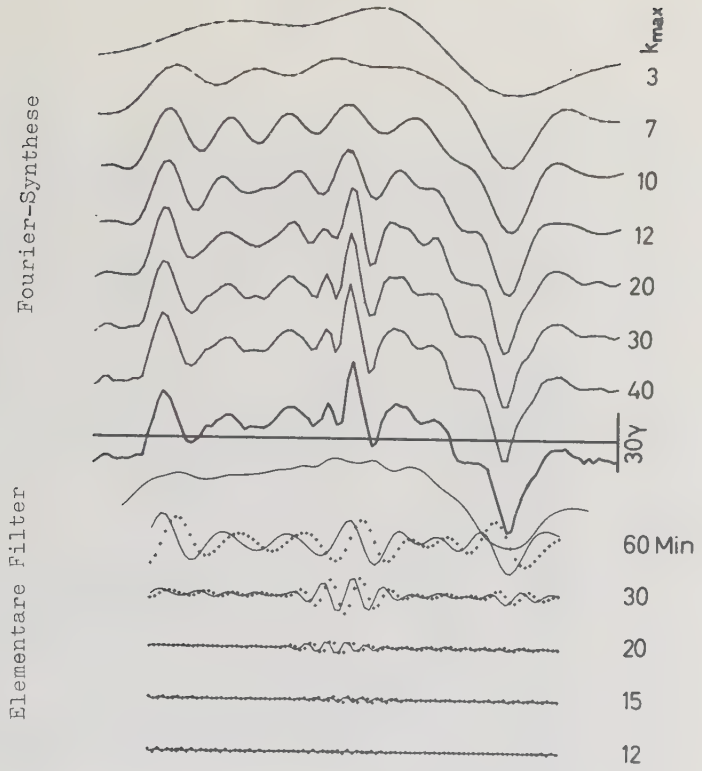


Abb. 4

Abb.4: Untersuchung einer registrierten Variation (D- (= Ost-West)-Komponente des erdmagnetischen Feldes von 18⁰⁰UT, 3.Dez.1968 bis 3⁰⁰UT, 4.Dez., gemessen an der Station 36 Walburg am östlichen Rand des Rheingrabens) nach ihrem Frequenz-Inhalt. In der Mitte dick gezeichnet die Originalregistrierung. Darüber die nach Fourier-Analyse wieder synthetisierte Variation mit verschiedener Maximalzahl $k_{\max}$ der berücksichtigten Harmonischen (Summierung in (72) nicht bis Unendlich, sondern bis $k_{\max}$). Darunter die Ergebnisse nach numerischer Filterung: fest ausgezogen phasentreues Filter $\frac{1}{2}$ (WW-SS), mit Kreuzchen markiert $\frac{1}{2}$ -verschiebendes Filter WS (Kap.IV.2.). Filterstützpunkte $n = 12$, Harmonische $\mu = 0, \dots, 5$, Digitalisierabstand $\Delta t = 5$ Minuten. Rechts jeweils angeschrieben die Hauptperiode der Durchlaß-Funktion (s.Abb.6). Links unten in der Abb. die Fourier-Koeffizienten g_{μ} (sin-Term) und f_{μ} (cos-Term) nach Gleichung (74) bis zur Harmonischen $\mu = 40$.

Abb.5: Ähnliche Darstellung wie in der Abb.4 mit einer höherfrequenten Variation (D-Komponente an der Station 38 Kappel (im Rheingraben gelegen (s.Abb.15)) von 7²⁰UT bis 10³⁰UT am 25.Dez.1968, Digitalisierabstand $\Delta t = 1$ Minute). Auffallend bei den Fourier-synthetisierten Variationen ist der durch eine lange Periode erzeugte Anstieg im rechten Teil. Dies wird durch die nichtgünstige Wahl der Intervall-Grenzen verursacht, erster und letzter Wert liegen nicht auf dem gleichen Niveau.

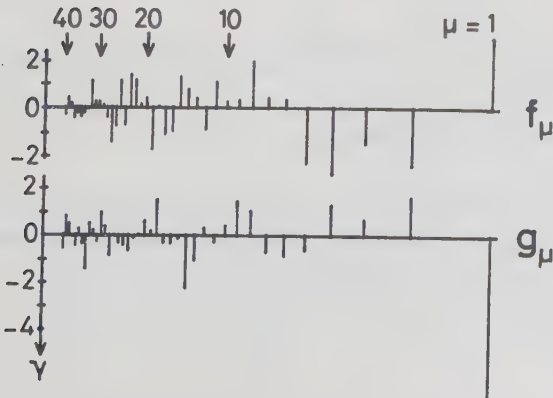
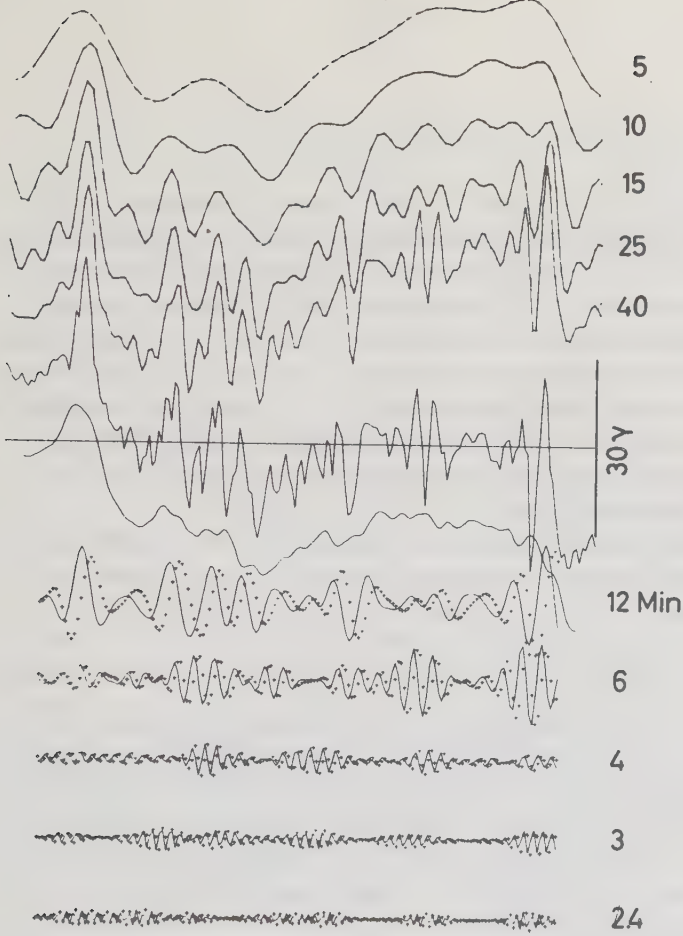


Abb. 5

IV.2. Digitale Bandpaß-Filter

scheinen für das Problem der Frequenz-Trennung in weit größerem Maße dem häufig nicht-statischem Charakter von natürlichen Variationen der elektromagnetischen Felder angemessen zu sein. Es wird nämlich nicht die gesamte Information eines ausgewählten Intervalls (der registrierten Feldschwankungen) verwendet wie bei der Fourier-Analyse, sondern nur ein begrenzter Bereich der Nachbarwerte um jeden Punkt wird berücksichtigt: Wo im natürlichen Signal die Amplituden klein bzw. groß sind, sind sie es auch nach der Filterung.

Mathematisch äquivalent zu den hier zu beschreibenden Filtern ist die bereits im Kapitel III.1.1. verwendete Faltung

$$\mathcal{F}(t) = \int_{-U}^U H(t') \cdot F(t-t') dt' \quad (75)$$

mit $U \rightarrow \infty$; dann können die Integrationsgrenzen endlich bleiben, wenn $H(t)$ als die sogenannte Gewichts-Funktion, die die Eigenschaften des Filters bestimmt, außerhalb dieser Grenzen nicht sehr von Null abweicht. Die Transformation der Gleichung (75) in den Frequenz-Bereich führt wieder (wie in III.1.1.) zur einfachen Multiplikation der Fourier-Transformierten

$$\mathcal{F}(w) = D(w) \cdot F(w) \quad (76)$$

Die Transformierte des Faltungskerns H wird als Durchlaß-Funktion bezeichnet

$$D(w) = \int_{-\infty}^{\infty} H(t) \cdot e^{-2\pi i w t} dt \quad (77)$$

Für unsere digitale Zeitfolge wird wieder die Integration in (75) zur Summation über eine endliche Anzahl von Punkten, etwa $n+1$

$$F_{\xi} = \sum_{v=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} H_v F_{\xi-v} \quad (78)$$

mit $\xi = 1 + \frac{n}{2}, 2 + \frac{n}{2}, \dots, N - \frac{n}{2}; \quad n \leq N-1$ und gerade

Da es gerade unsere Absicht war, bei jedem Punkt ξ nur dessen Umgebung zu berücksichtigen, führen wir die Summation nicht über alle zur Verfügung stehenden N Punkte durch, sondern über die $\frac{n}{2}$ Punkte (n geben wir uns vor und vernünftiger Weise als gerade Zahl) links von ξ , über ξ und die $\frac{n}{2}$ Punkte rechts davon. Die Gewichts-Funktion (genau genommen genügt hier ein Satz von diskreten Werten) bestimmt die Faktoren, mit denen jeder Summand bewichtet wird, so daß die Beschränkung bei der Summation auf $n+1$ Werte äquivalent ist mit der Annahme, daß die Gewichts-Funktion außerhalb des Summations-Intervalls nicht von Null verschieden ist. Die Wirkung eines Filters ist am besten zu ersehen aus der Durchlaß-Funktion (im Frequenz-Bereich), die man sich dann auch meist aus der Beurteilung des Problems vorgibt. HERMANCE (1973) verwendet für magnetotellurische Registrierungen z.B. die Durchlaß-Funktion nach Gauß'schen Normalverteilungen

$$D(w) = \exp\left(-\left(\frac{w-w_0}{s}\right)^2\right) + \exp\left(\frac{w-w_0}{s}\right)^2$$

Die festen Parameter w_0 als die Hauptfrequenz, die keine Dämpfung erleidet, und s als Selektivität müssen jeweils für das spezielle Problem gewählt werden. Fourier-Transformation dieser Durchlaß-Funktion ergibt die Gewichts-Funktion, die dann tatsächlich für den Filterprozeß benötigt wird. Hier im konkreten Beispiel

$$H(t) = \frac{s}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\left(\frac{st}{2}\right)^2\right) \cdot \cos(w_0 t)$$

Die Möglichkeit einer sehr eleganten Filter-Theorie ergibt sich im Rahmen der Linearen Algebra. Die n Filterstützpunkte faßt KERTZ (1965) als Komponenten eines Vek-

tors in einem n-dimensionalen Vektorraum auf. Nach Einführung eines Verschiebungs-Operators, wie er etwa in Gleichung (78) impliziert wird, kommt man über die Lösung des Eigenwert-Problems zu den sogenannten elementaren Filter-Operatoren. Die Gewichts-Funktionen sind dabei cos- bzw. sin-Terme, und je nach dem sind zwei Filter W und S zu unterscheiden

$$\left\{ \begin{matrix} W_{\mu}^{(n)} \\ S_{\mu}^{(n)} \end{matrix} \right\} F_{\xi} = \frac{a}{n} \cdot \sum_{v=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} F_{\xi+v} \left\{ \begin{matrix} \cos \\ -\sin \end{matrix} \right\} \left(\frac{2\pi}{n} \mu v \right) \quad (79)$$

mit $a = \begin{cases} 1 & \text{wenn } \mu = 0 \text{ oder } \mu = \frac{n}{2} \\ 2 & \text{sonst} \end{cases}$

$\mu = 0, \dots, \frac{n}{2}$ Harmonische des Filters

n Filterstützpunkte

$\xi = 1 + \frac{n}{2}, 2 + \frac{n}{2}, \dots, N - \frac{n}{2}$

Die Durchlaß-Funktionen der beiden Filter berechnen sich nach

$$D_W(w) = \frac{a}{n} \left(2 \cdot \sum_{v=1}^{\frac{n}{2}-1} \cos\left(\frac{2\pi}{n} \mu v\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{n} v w\right) + 1 + (-1)^{\mu} \cdot \cos(\pi w) \right) \quad (80_W)$$

$$D_S(w) = \frac{a}{n} \left(2 \cdot \sum_{v=1}^{\frac{n}{2}-1} \sin\left(\frac{2\pi}{n} \mu v\right) \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{n} v w\right) \right) \quad (80_S)$$

Zur Klarheit: die Indizes v und ξ werden verwendet für die Größen im Zeit-Bereich, μ und w entsprechend im Frequenz-Bereich.

Das W-Filter ist ein phasentreues Filter, d.h. es erzeugt keine Phasen-Verschiebung (cos-Term), das S-Filter verschiebt um $\frac{\pi}{2}$ (sin-Term). Die Anwendung beider Filter gestattet es so - wegen der Orthogonalität der sin- und der cos-Funktion - jedem Punkt (nach der Filterung) eine komplexe Zahl zuzuordnen, deren Realteil der durch das W-Filter gewonnene und der Imaginärteil der durch das S-Filter gewonnene Wert ist. Auch dadurch wird wieder

die Ähnlichkeit mit der Harmonischen Analyse deutlich, wie schon durch Vergleich der beiden Gleichungen (74) und (79) auffällt. Die Anwendung dieser elementaren Filter könnte man so als eine Harmonische Analyse betrachten, die für jeden Punkt gesondert durchgeführt wird unter Berücksichtigung einer begrenzten Anzahl n von Nachbarwerten. Nehmen wir $n = N$, erhalten wir für jede Harmonische μ nur noch einen Wert F_{ξ} jeweils für W- und S-Filter in (79), der genau den Fourier-Koeffizienten f_{μ} und g_{μ} aus (74) entspricht. Mehr als einen können wir in diesem Fall gar nicht berechnen, da für alle außer dem ξ -ten Punkt mindestens ein Nachbar fehlt. Natürlich gilt auch für $n > N$, daß die ersten und die letzten $\frac{n}{2}$ Werte des Intervalls nicht berechnet werden können, es sei denn man geht wieder wie bei der Harmonischen Analyse von der einschränkenden Voraussetzung aus, daß das Grundintervall periodisch ist. Auf Grund der endlichen Breite des Durchlaß-Bereichs wird durch die Filterung gleichsam ein hybrider Zustand zwischen Zeit- und Frequenz-Bereich hergestellt: die einzelnen Werte nach der Filterung (auf der Zeitachse) sind nicht mehr völlig unabhängig voneinander, wie sie vorher ohne weiteres sein können, (zumindest formal, bei wirklichen, physikalischen Vorgängen wahrscheinlich doch nicht völlig,) es genügt aber auch nicht, wie bei der Harmonischen Analyse, nur einen Wert anzugeben. (s. auch Bemerkung zum Schluß des Kapitels V.2.)

In der Abb.6 sind die Durchlaß-Funktionen der elementaren Filter und von Filterkombinationen gezeichnet. Nicht geschwächt werden nur Variationen mit Perioden $T_{\mu} = \frac{2\pi\mu}{n}$ (in der Abb.6 ist an Stelle von μ der Buchstabe κ benützt), genau dort erreichen die Durchlaß-Funktionen ihr Maximum mit 1. Bei genauer Betrachtung fällt jedoch auf, daß diese Maxima leicht verschoben sind zu T_{μ} und zwar unterschiedlich bei W- und S-Filter. Wendet man die Filter in geeigneter Kombination zweifach an, läßt sich erreichen, daß

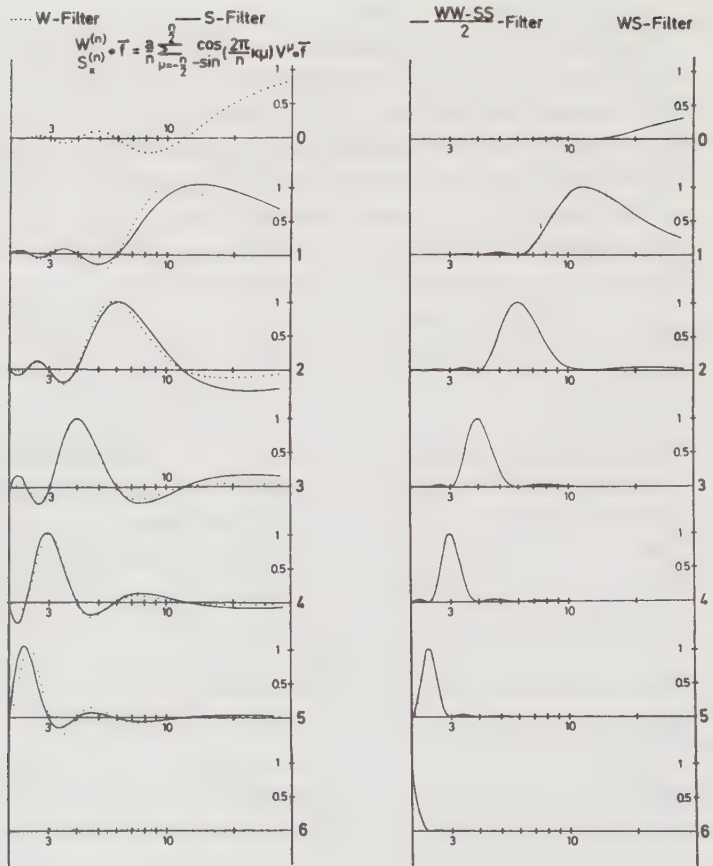


Abb.6: Durchlaß-Funktionen der elementaren Filter W und S (nach KERTZ) (links) und der Filterkombinationen $\frac{1}{2}(WW - SS)$ und WS (rechts) in Abhängigkeit von der Periode (logarithmischer Maßstab). Anzahl der Filterstützpunkte $n = 12$. Von oben nach unten jeweils 0-te bis $\frac{n}{2}$ -te Harmonische (hier mit μ bezeichnet, im Text mit μ).

die Durchlaß-Funktionen für phasentreues und -verschiebendes weitgehend deckungsgleich werden. Als geeignete Filterkombinationen haben sich für das phasentreue die Kombination $\frac{1}{2}(\text{WW} - \text{SS})$ und als phasenverschiebendes WS bewährt (etwa NAGEL, 1969). WW bedeutet Anwendung des W-Filters auf die originale Folge der digitalisierten Werte, sodann nochmalige Anwendung des W-Filters auf die gerade gewonnene Folge. Ganz analog SS und WS. (Auf die Reihenfolge bei Mehrfachfilterung kommt es nicht an: $\text{WS} = \text{SW}$.) S verschiebt um $\frac{\pi}{2}$, nochmal S wieder um $\frac{\pi}{2}$, also insgesamt π , das Minuszeichen polt wieder um, somit ist auch -SS phasentreu. Die zweimalige Anwendung der Filter hat den weiteren Vorteil, daß die Bandbreite bei den Durchlaß-Funktionen kleiner wird, und daß die Nebenbänder, die bei den Einfachfiltern sogar Phasenumkehr für die dortliegenden Perioden bewirken, weitgehend verschwinden (Abb.6). Als Nachteil handeln wir uns allerdings ein, daß wir doppelt soviele Punkte wie bei einfacher Filterung an den Intervallgrenzen nicht berechnen können. So gehen also die ersten n und die letzten n Punkte im Intervall verloren (s.auch Abb.8).

Auf Grund der Freiheit in der Wahl der Filterstützpunkte n und der Harmonischen μ kann man versuchen, jeweils den speziellen Problemen angemessene Filter zu finden. In den Abbildungen 4, 5, 7 und 8 sind Ergebnisse bei Anwendung der Zweifach-Filter $\frac{1}{2}(\text{WW} - \text{SS})$ (durchgezogene Kurven) und WS (mit Kreuzchen markiert) auf gemessene Variationen in einzelnen Komponenten des Erdmagnetfeldes gezeichnet. Die Meßstationen liegen auf einem Profil senkrecht zum Rheingraben: Station 20 Bolstern etwa 120 km östlich des Grabens bis Station 38 Kappel in der Grabenmitte (s.Kap.VII.2. Abb.14). In den Abb.7 und 8 sind auch Ergebnisse gezeigt, bei denen vor den elementaren Filtern Tiefpaß-Filter angewendet wurden. Dabei wird einfach nur jeder m-te Punkt (hier immer $m = 3$) herausgegriffen und

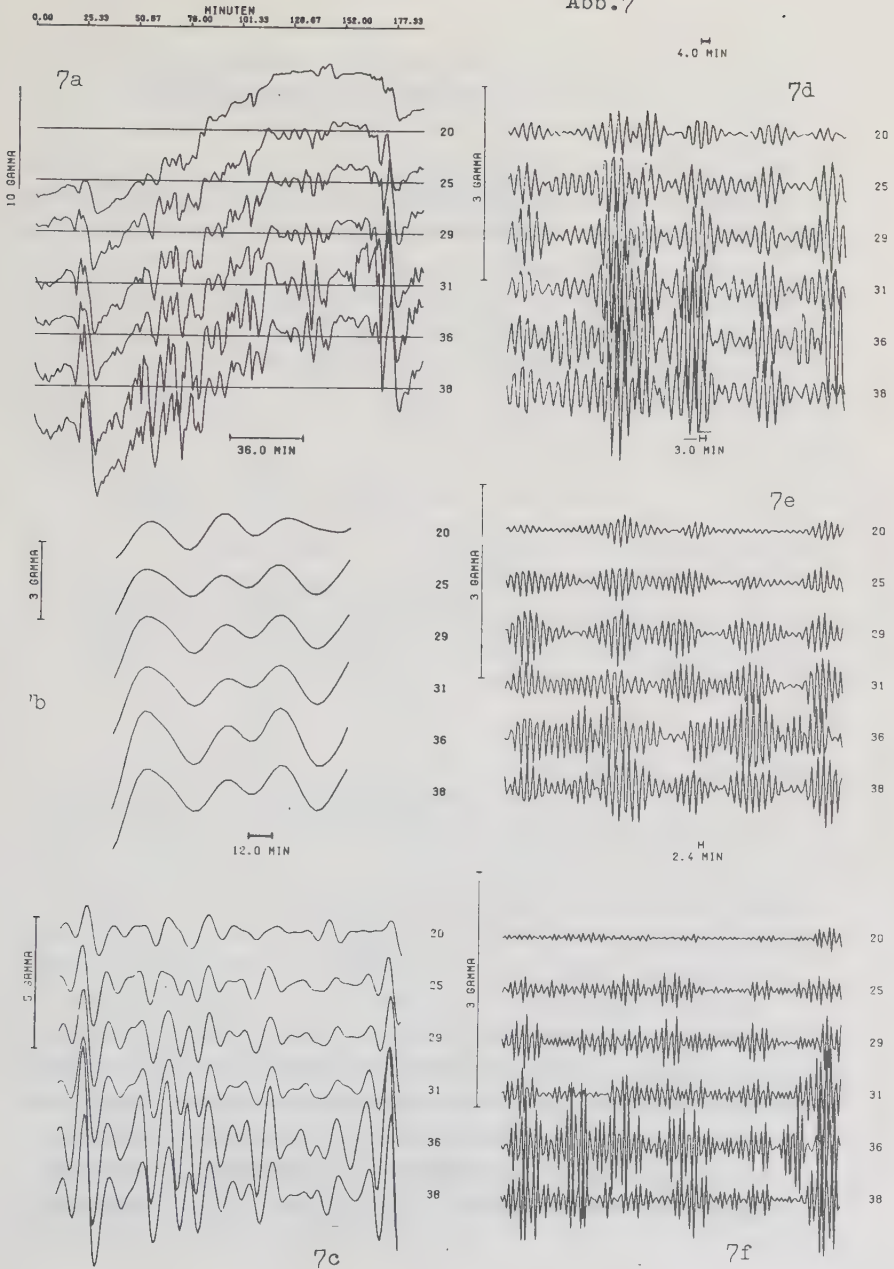
diesem der Mittelwert aus seinem ursprünglichen Wert und denen der Nachbarn links und rechts zugeordnet. Rechts neben den gefilterten Variationen sind - außer in Abb.7, dort stehen die Stations-Nummern - jeweils die Hauptperioden T_{μ} der Durchlaß-Funktionen vermerkt, d.h. die Perioden, die als einzige ungeschwächt durchgelassen werden (s.Abb.6).

Ähnlich wie bei der Fourier-Analyse eine "schnelle" Version gefunden wurde, hat man unter dem Aspekt der Rechenzeit-Verkürzung sogenannte rekursive digitale Filter entwickelt. Für die Berechnung des Wertes an einem Punkt werden zum Teil auch schon die bei der Filterung gewonnenen Werte berücksichtigt (feed back; ein ähnlicher Trick, wenn auch in ganz anderem Zusammenhang, wird bei dem in III.2.2.2. beschriebenen Iterations-Verfahren nach Gauß-Seidel angewandt) (SHANKS, 1967). Bei den normalen Filtern werden nur die noch unveränderten Originalwerte verwendet. Computer-Kosten können so um einen Faktor 12.5 verringert werden (HERMANCÉ, 1973).

Abb.7: Montagen der Registrierungen der Z-Komponente des erdmagnetischen Feldes an sechs Stationen auf einem Profil von der Mitte des Rheingrabens (38 Kappel, s. auch Abb.15) bis 120 km östlich des Grabens (20 Bolstern) (links oben 7a) und entsprechende nach Behandlung mit der Kombination $\frac{1}{2}(WW-SS)$ von elementaren Filtern nach KERTZ (s.Text). Filterstützpunkte $n=12$, Harmonische $\mu=1$ (7c), $\mu=3$ (7d), $\mu=4$ (7e), $\mu=5$ (7f), $\mu=1$ und Vorbehandlung mit 3-Punkt-Tiefpaß-Filter (7b). Digitalisierabstand $\Delta t=1$ Minute.

Z-KOMPONENTE

Abb. 7



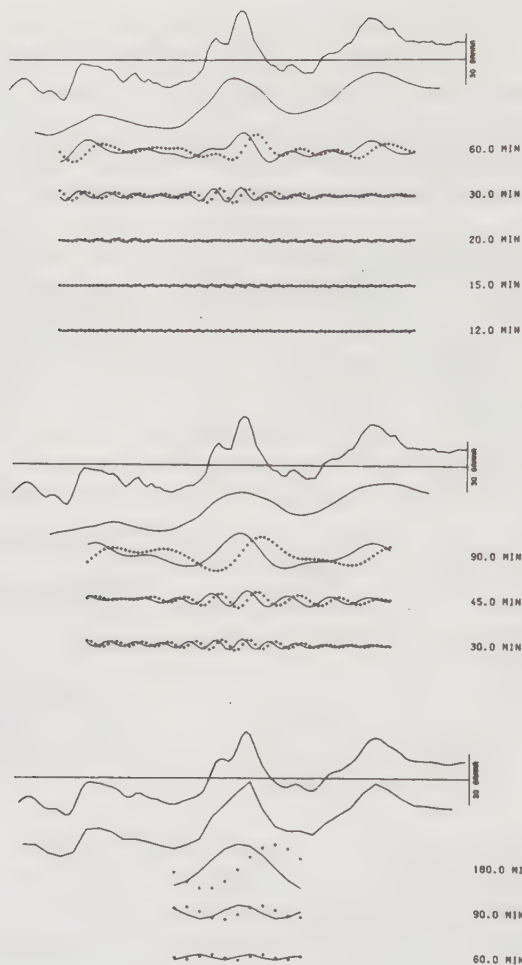


Abb.8: Wirkung verschiedener Filter. Oben: 12-Punkt-Filter (Digitalisierabstand $\Delta t = 5$ Minuten) 0-te bis 5-te Harmonische; Mitte: 18-Punkt-Filter, 0-te bis 3-te Harmonische; Unten: 12-Punkt-Filter nach Vorbehandlung mit 3-Punkt-Tiefpaß-Filter (s. Text), 1-te bis 4-te Harmonische.

IV.3. Statistische Frequenz-Analyse oder verallgemeinerte Harmonische Analyse

(engl. power spectral analysis) kann bei stationären Variationen angewandt werden, deren Energiedichte-Spektrum dem eines "weißen" Rauschen gleichkommt. Letzteres bedeutet, daß in allen Frequenz-Bereichen die Energiedichte etwa gleich ist. Die Methode beruht auf der von N. WIENER entdeckten Relationen zwischen Kovarianz-Funktionen und Spektren. (Letztere werden im folgenden Kapitel etwas ausführlicher behandelt.) Die Kovarianz ϕ zwischen zwei Funktionen $X(t)$ und $Y(t)$ ist definiert als (KERTZ, 1970, Kap.9)

$$\phi_{XY}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} X(t) \cdot Y(t+\tau) dt \quad (81)$$

τ wird Retardierung (engl. lag) genannt. Im Spezialfall $X=Y$ wird die Kreuzkovarianz (81) zur Autokovarianz. Fourier-Transformation (Gleichung (22a) führt zu den Spektren (Kreuzspektrum, für $X=Y$ quadratisches oder Power-Spektrum)

$$\phi_{XY}(w) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{XY}(\tau) e^{-2\pi i w \tau} d\tau \quad (82)$$

Aus den Spektren lassen sich, wie wir in Kapitel V.3. sehen werden, die Übertragungs-Funktionen $a(x,w)$ und $b(x,w)$ in Gleichung (83) nach den Formeln (88) berechnen. Bei dieser Analyse werden also zuerst die Kovarianzen, die man als Spektren im Zeit-Bereich bezeichnen könnte, aus den zeitlichen Variationen berechnet und diese dann in den Frequenz-Bereich transformiert, während bei den Methoden der Kap. IV.1. und IV.2. zuerst die Variationen in den Frequenz-Bereich transformiert und dann aus den dabei erhaltenen Ergebnissen (Fourier-Koeffizienten bzw. die weitgehend monofrequenten Variationen nach Filterung) die Spektren berechnet werden.

In der Praxis erwachsen einige Schwierigkeiten bei der Verwendung von Folgen diskreter Zahlen anstelle von

kontinuierlichen Funktionen, insbesondere bei der Beschränkung auf endliche Intervalle und durch die Voraussetzung, daß der Frequenz-Inhalt dem eines weißen Rauschen gleichen soll. So muß etwa der Bereich, für den die Retardierung τ in (81) berechnet wird, klein sein gegen die gesamte Intervall-Länge, um die statistische Sicherheit groß werden zu lassen, andererseits soll er für die Transformation (82) groß sein, um hinreichende Frequenz-Auflösung zu haben. Die Voraussetzung der gleichmäßigen Energiedichte ist gerade bei den natürlichen erdmagnetischen Variationen nicht erfüllt (s.z.B. GREINWALD, 1972). Hier kann man allerdings durch sogenanntes Prewhitening teilweise abhelfen.

Die Methode der statistischen Frequenz-Analyse wurde bei dieser Auswertung nicht benutzt. Es sei deshalb weiter auf die Literatur verwiesen: BLACKMAN & TUCKEY (1959), HAAK (1970), KERTZ (1970), SCHEELKE (1971 & 1972).

V. Datenreduktion mit Methoden der Statistik

Nach der Transformation der Registrierungen der natürlichen elektromagnetischen Felder in den Frequenz-Bereich (Kapitel IV.) bleibt als letzter Schritt für die Interpretation nach den Vorschlägen des Kapitels III. die Konzentrierung der in den Messungen enthaltenen Information auf wenige, aber doch das Wesentliche enthaltende Größen: die linearen E-H- und Z-H-Relationen für jedem Ort x und jeden (zeitlich) spektralen Anteil der Frequenz w . Für diese Konzentrierung stehen die Methoden der Statistik zur Verfügung.

V.1. Die Problemstellung

Die linearen Relationen, z.B. die Gleichungen (51) und (52) haben die Form

$$F(x,w) = a \cdot X(x,w) + b \cdot Y(x,w) \quad (83)$$

Rechts muß eine Linearkombination angesetzt werden, da man im allgemeinen nicht in Koordinaten-Systemen mißt, die nach der "Zwei-Dimensionalität" der Strukturen ausgerichtet sind. Genau dann würde nämlich einer der Summanden verschwinden (oder zumindest fast verschwinden für reale Fälle). Bei der Methode der Magnetotellurik existieren zwei Gleichungen der Form (83)

$$\begin{aligned} E_x &= a_x \cdot H_x + b_x \cdot H_y \\ E_y &= a_y \cdot H_x + b_y \cdot H_y \end{aligned} \quad (84)$$

entsprechend den beiden Modi der E- und der H- Polarisation, die Übertragungs-Funktion hat also die Gestalt einer

2×2 -Matrix, die auch als Impedanz-Tensor bezeichnet wird. Man versucht hier tatsächlich durch Transformation der Beziehungen in gedrehte Koordinaten-Systeme jeweils einen der Summanden rechts zum Verschwinden zu bringen oder ihn wenigstens minimal werden zu lassen, etwa durch die Forderung $|a_x| + |b_y| \rightarrow \text{minimal}$ (SWIFT, 1967) oder mit der Methode der minimalen und maximalen Kohärenz (HAAK, 1972) (s.u. Kap.V.4.); genau dann werden b_x und a_y aus (34) zu $z_{||}$ und $z_{\perp}$ aus (51). Im Falle der Erdmagnetischen Tiefensonndierung genügt eine Gleichung der Form (83)

$$Z = a \cdot H + b \cdot D \quad (85)$$

mit Z als Vertikal-, $H (= H_x)$ als Nord- und $D (= H_y)$ als Ost-Komponente des Magnetfeldes. Haben wir ideale Daten zur Verfügung und exakte Zwei-Dimensionalität vorliegen, genügen zwei voneinander unabhängige Werte-Tripel (F, X, Y) (wobei für den allgemeinen Fall keine der Größen verschwinden soll), um die Übertragungs-Koeffizienten $a = a(x, w)$ und $b = b(x, w)$ nach (83) berechnen zu können. Die einzelnen Werte dieser Tripel erhalten wir bei der im letzten Kapitel IV.1. oder IV.2. beschriebenen Frequenz-Analyse (die statistische Analyse IV.3. wurde nicht verwandt) als komplexwertige Zahlen:

bei der Harmonischen Analyse für jedes analysierte Intervall einen durch die Fourier-Koeffizienten gegebenen Wert $F_{\mu} = (f, g)_{\mu}$ (Gleichung (73)),

bei numerischer Filterung (wir verwenden Zweifach-Filter) für jedes Intervall $N - 2n$ Werte (N Anzahl der digitalisierten Punkte des Intervalls, n Anzahl der Filterstützpunkte), deren Realteile vom phasentreuen Filter $\frac{1}{2}(WW - SS)$ geliefert werden und die Imaginärteile vom $\frac{n}{2}$ -verschiebenden Filter WS , also $F_{\mu} = (\frac{1}{2}(WW - SS), WS)_{\mu}^{(n)} F_{\xi}$, wobei $\xi = 1+n, 2+n, \dots N-n$ (nach Gleichung (79), Kapitel IV.2.).

Bei Verwendung der Filter haben wir also im allgemeinen bereits mehr als zwei Werte-Tripel (F, X, Y) zur Berechnung von a und b nach (83), wenn wir nur ein Intervall analysieren. Allerdings kann man nicht sicher sein, daß sie linear unabhängig sind; genau dann sind sie es nicht, wenn die betrachtete Schwingung harmonisch ist. Wie auch für die harmonische Analyse nötig, wird man deshalb mindestens noch ein zweites Intervall analysieren. Zur Erhöhung der Sicherheit der Ergebnisse wird man natürlich mehr als zwei linear voneinander unabhängige Werte-Tripel $(F, X, Y)^k$ zu bestimmen suchen, etwa $k = 1, \dots, k$. Mit Hilfe der Kohärenz (s. V.3) kann man prüfen, ob man tatsächlich linear unabhängige gefunden hat (HAAK, 1968). Um die statistische Signifikanz zu erhöhen (größeres k), wurden nicht nur jeweils Werte mit genau der gleichen Periode für die unten beschriebene (V.3.) Ausgleichsrechnung verwendet; sinnvoll schien eine

V.2. Mittelung über einen Periodenbereich

Für die Harmonische Analyse, die bei den Auswertungen der Magnetotellurik angewandt wurde, wurden im realen Fall eine größere Anzahl (20 bis 40) von Intervallen unterschiedlicher Länge und möglichst unterschiedlichen Frequenz-Inhalts aus den Registrierungen ausgewählt, sodann bis zu einer sinnvoll scheinenden harmonischen Komponente die Fourier-Koeffizienten berechnet. Die Gesamtheit dieser Koeffizienten einer Station wurde anschließend in insgesamt 16 Periodenintervalle eingeteilt. Die Wahl der Intervalle erfolgt derart, daß ihre Längen auf einer logarithmischen Skala etwa gleich sind. Damit hat man in jedem Periodenintervall k_w Werte zur Verfügung bzw. Werte-Tripel, wenn man jeweils die entsprechenden Feld-Komponenten analysiert hat. Dem Intervall wird eine

mittlere Periode w zugeordnet, etwa dem Intervall, das die Koeffizienten von 10 bis 20 s enthält, die Periode 15 s. Wie diese mittleren Perioden gewählt wurden, ist aus der Tabelle 1 (S. 117 ff.) ersichtlich.

Im Falle der Filterung, mit der die Ergebnisse der Tiefensondierung gewonnen wurden, wurde pro Station eine geringere Anzahl (ca. 5) längere Registrier-Intervalle ausgewählt, ebenfalls möglichst unterschiedlichen Frequenz-Inhalts. Anwendung der (Zweifach-) Filter mit verschiedenen Filter-Parametern n (Filterstützpunkte) und μ (Harmonische des Filters) liefert jeweils $k_n = N - n$ (N Anzahl der digitalisierten Werte des Intervalls) Werte bzw. wieder wie oben Werte-Tripel für eine Ausgleichsrechnung. Bei der Harmonischen Analyse erhalten wir mit dieser Ausgleichsrechnung für jeden Periodenbereich einen Wert für die Übertragungsfunktionen, bei der Methode mit den Filtern mehrere entsprechend den gewählten (n, μ) . Mit einer zweiten Ausgleichsrechnung - und die wäre eigentlich das Äquivalent zu der bei der Harmonischen Analyse durchgeführten - könnte auch hier für je eine mittlere Periode wieder ein Wert gewonnen werden. Da die Ergebnisse nicht zu stark streuten, schien eine graphische Mittelung ausreichend zu sein (s. Abb. 28).

Bei beiden verwendeten Frequenz-Trennverfahren nehmen wir also eine gewisse Unschärfe hinsichtlich der Periode in Kauf:

bei der Harmonischen Analyse durch die Mittelung über die Fourier-Koeffizienten in einem Periodenbereich,

bei Filterung auf Grund der endlichen Halbwertsbreite der Durchlaß-Funktionen (Abb. 6).

V.3. Ausgleichsrechnung nach der Methode der Minimalisierung der Abweichungs-Quadrate

Die Übertragungs-Funktionen lassen sich nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnen (etwa SCHMUCKER, 1970, Kap.3): Fügt man in (83) für jedes κ noch einen Summanden δF^κ an, der den nicht korrelierten (die Linearität störenden) Anteil beschreiben soll

$$F^\kappa = a \cdot X^\kappa + b \cdot Y^\kappa + \delta F^\kappa \quad (86)$$

können a und b berechnet werden mit Hilfe der Bedingung, daß die Summe der Quadrate der δF^κ minimal wird

$$S = \sum_{\kappa=1}^k \delta F^\kappa \cdot \delta F^{\kappa*} \longrightarrow \text{minimal} \quad (87)$$

$\delta F^{\kappa*}$ ist der konjugiert komplexe Wert von δF^κ . Hier weiterverwenden können wir die äquivalente Bedingung, nach der die Ableitung von S nach den Real- und Imaginärteilen von a und b verschwinden müssen

$$\frac{\delta S}{\delta \text{Re}(a)} = \frac{\delta S}{\delta \text{Im}(a)} = \frac{\delta S}{\delta \text{Re}(b)} = \frac{\delta S}{\delta \text{Im}(b)} = 0$$

Diese Bedingungen führen schnell auf die Formeln zur Berechnung der Übertragungs-Funktionen

$$\begin{aligned} a(x,w) &= \frac{1}{D} ([F \cdot X^*] [Y \cdot Y^*] - [F \cdot Y^*] [Y \cdot X^*]) \\ b(x,w) &= \frac{1}{D} ([F \cdot X^*] [X \cdot X^*] - [F \cdot X^*] [X \cdot Y^*]) \end{aligned} \quad (88)$$

wobei $D = [X \cdot X^*] [Y \cdot Y^*] - [X \cdot Y^*] [Y \cdot X^*]$

$[F \cdot X^*]$ ist eine abkürzende Schreibweise für die Summe der Produkte

$$[F \cdot X^*] = \sum_{\kappa=1}^k F^\kappa \cdot X^{\kappa*},$$

die auch als Spektren bezeichnet werden (bis auf einen Faktor $\frac{1}{k}$)

$\frac{1}{k} [F \cdot X^*]$ als Kreuzspektrum von F und X; sein Realteil wird Wirkspektrum genannt, sein Imaginärteil Blindspektrum.

$\frac{1}{k} [X \cdot X^*]$ als quadratisches Spektrum oft auch Leistungsspektrum (engl. power spectrum).

Diese Spektren waren uns schon kurz bei der statistischen Frequenz-Analyse begegnet. Sie werden bei jener Methode, wie dort erwähnt, auf eine andere Art als die eben beschriebene gewonnen.

Ein Maß für den nicht korrelierbaren Anteil δF^{K} ist das Residuum

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \text{Koh}} \quad (89)$$

wobei die Kohärenz berechnet wird nach

$$\text{Koh} = \sqrt{\frac{a \cdot [X \cdot F^*] + b \cdot [Y \cdot F^*]}{[F \cdot F^*]}} \quad (90)$$

Setzen wir in dieser Definition $b = 0$, d.h. wir interessieren uns nur für den Zusammenhang $F = a \cdot X$, wird die Kohärenz wegen

$$a = \frac{[F \cdot X^*]}{[X \cdot X^*]} \quad \text{und} \quad [F \cdot X^*] = [X \cdot F^*]^* \quad \text{zu}$$

$$\text{Koh} = \sqrt{\frac{|[X \cdot F^*]|^2}{[X \cdot X^*] \cdot [F \cdot F^*]}} \quad (91)$$

Bei exakten linearen Relationen wird die Kohärenz gleich 1 bzw. das Residuum verschwindet. Die Kohärenz kann betrachtet werden als Maß für die Wahrscheinlichkeit eines linearen Zusammenhanges. Setzt man eine lineare Beziehung der Form (83) mit Folgen von je k Zufallszahlen an, strebt die Kohärenz gegen den Wert $\sqrt{\frac{2}{k-1}}$ (s. etwa HAAK, 1968). Als Grenze, ab der Linearität wahrscheinlich ist, wird meist angenommen

$$\text{Koh}_{\text{gr}} \geq \sqrt{\frac{4}{k-1}} \quad (92)$$

Die Übertragungs-Funktionen $a(x, w)$ und $b(x, w)$ werden häufig in der Literatur in etwas abgewandelter Form darge-

stellt. Um die Ergebnisse anderer Autoren mit den unseren aus dem Gebiet des Rheingrabens vergleichen zu können, werden letztere in den nächsten Kapiteln wiedergegeben einmal in Form des scheinbaren spezifischen Widerstandes $\rho_s(x, w)$ und der Phasen zwischen E und H für den Fall der Auswertung nach den Methoden der Magnetotellurik, zum zweiten als Induktions-Pfeile - eines 0° -Pfeils als Realteil und eines 90° -Pfeils als Imaginärteil, aber auch des entsprechenden Betrages und der Phase - im Falle der Erdmagnetischen Tiefensondierung.

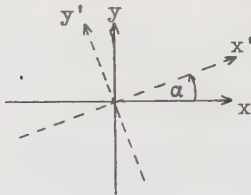
V.4. Magnetotellurik: Bestimmung von ρ_s und der Phasen zwischen E und H

Die Größe des scheinbaren spezifischen Widerstandes, ursprünglich nur für das ein-dimensionale Modell von CAGNIARD eingeführt (Gleichung (38)), ist aus obigen Übertragungsfunktionen in (84) zu berechnen nach

$$\begin{aligned}\rho_{s\parallel} &= 2 \cdot T \cdot |z_{\parallel}|^2 & \text{und} \\ \rho_{s\perp} &= 2 \cdot T \cdot |z_{\perp}|^2\end{aligned}\tag{93}$$

In Anlehnung an die Gleichung (51) werden hier der Buchstabe z und die Signaturen $\parallel$ (parallel) und $\perp$ (senkrecht zur Streichrichtung der zwei-dimensionalen Struktur) für die Impedanz $\frac{E}{H}$ verwendet. $T = \frac{2\pi}{w}$ ist die den Übertragungsfunktionen zugeordnete Periode (Kap.V.2.). Im cgs-Maßsystem, das wir auch hier wie allgemein sonst verwenden, ist rechts in (93) der Faktor 2 zu setzen, werden die elektrischen Felder in mV/km und die magnetischen in Gamma ($= 10^{-5}$ Gauß) gemessen, ergibt sich ρ_s in Ohm·m, wenn an Stelle von 2 der Faktor 0.2 steht. Wie oben erwähnt, genügen zur vollständigen Beschreibung des Induktions-Geschehens nur dann zwei Übertragungsfunktionen $z_{\parallel}$ und $z_{\perp}$ an Stelle der

vier a_x, b_x, a_y, b_y (aus Gleichung (84)), wenn die Koordinaten-Systeme nach dieser Zwei-Dimensionalität orientiert sind. Zwar errahnt man diese Richtung in groben Zügen meist schon auf Grund von Kenntnissen der Morphologie oder Geologie, zur genauen Berechnung haben wir aber ein physikalisches Kriterium zur Verfügung: die Tatsache, daß die beiden Induktions-Vorgänge der E-Polarisation ($\vec{E} = (\vec{E}_x, 0, 0)$) und der H-Polarisation ($\vec{E} = (0, E_y, E_z)$) völlig entkoppelt sind. Als Maß der Wahrscheinlichkeit für linearen Zusammenhang zwischen zwei Folgen haben wir eben die Kohärenz kennengelernt. Berechnet man diese für die Folgen (der in einem Perioden-Intervall liegenden Werte) der orthogonalen Komponenten des elektrischen Horizontal-Feldes nach (91), dort mit $X = (E_x^1(w), E_x^2(w), \dots E_x^k(w))$ und $F = (E_y^1(w), E_y^2(w), \dots E_y^k(w))$, erhält man irgendeinen Wert zwischen 0 und 1. Nach Transformation aller E_x und E_y in ein um einen Winkel α gedrehtes Koordinaten-System ist im allgemeinen die Kohärenz eine andere. Bei systematischer Suche findet man die Richtung, in der die Kohärenz ein



meist scharf ausgeprägtes Minimum aufweist. Genau dann ist die Wahrscheinlichkeit am größten, daß die beiden orthogonalen E-Feld-Komponenten entkoppelt sind, daß wir die beiden Fälle der E- und der H-Polarisation getrennt haben.

Hat die Kohärenz den Grenzwert (92)

nicht unterschritten, müssen wir folgern, daß eine Trennung nicht möglich ist, d.h. daß eine Zwei-Dimensionalität auch näherungsweise nicht gegeben ist. Eine dieser "Richtungen der minimalen Kohärenz" (in zwei zueinander orthogonalen Richtungen ist die Kohärenz minimal - sie hat vier-zählige Symmetrie) hat sich als identisch erwiesen mit der Vorzugsrichtung (HAAK, 1968 & 1970), als der Richtung in der (in einem bestimmten Perioden-Bereich)

das natürliche erdelektrische Horizontal-Feld im Mittel seine größte Intensität erreicht (ANGENHEISTER, BERKTOLD & SENGPIEL, 1965). Aus Perioden- und Orts-Abhängigkeit dieser Vorzugsrichtung kann meist schon eine Menge an Einzelheiten über die Struktur des Untergrundes qualitativ erkannt werden (REITMAYR, 1971 & 1972).

Zur Berechnung der ρ_s -Werte und der Phasen zwischen E und H (die Übertragungs-Funktionen sind ja komplexwertige Größen) müssen wir also zunächst die Folgen der E_x und E_y in das Koordinaten-System der minimalen Kohärenz transformieren (jeweils separat für Real- und Imaginärteil), bevor die Übertragungs-Koeffizienten a und b nach den Formeln (88) berechnet werden können. $z_{||}$ und $z_{\perp}$ erhalten wir sodann durch Einsetzen der Formeln für Koordinatendrehung

$$H_y = H'_x \cdot \sin\psi + H'_y \cdot \cos\psi$$

$$H_x = H'_x \cdot \cos\psi - H'_y \cdot \sin\psi$$

in (84) und durch Vergleich mit dem ursprünglichen Ansatz (51)

$$E_{x,y} = z_{||,\perp} \cdot H_{y,x} \quad \text{mit}$$

$$z_{||} = -a_x \cdot \sin\psi_{||} + b_x \cdot \cos\psi_{||}$$

$$\text{wobei } \tg\psi_{||} = -\frac{a_x}{b_x} \quad (94_E)$$

$$z_{\perp} = a_y \cdot \cos\psi_{\perp} + b_y \cdot \sin\psi_{\perp}, \tg\psi_{\perp} = \frac{b_y}{a_y} \quad (94_H)$$

Aus den Beträgen sind endlich die ρ_s -Werte nach (93) zu berechnen und aus dem $\arctg(\text{Im}(z_{||,\perp})/\text{Re}(z_{||,\perp}))$ die Phasen zwischen E und H.

Die hier vorgeschlagene Methode ist ein Analogon zu einer in der Erdmagnetischen Tiefensondierung gebräuchlichen (Kap.V.5.). Wie dort könnte man hier einen "magnetotellurischen Induktions-Pfeil" einführen, dessen O^0 -Anteil

als Realteil von $z_{\parallel, \perp}$ und 90° -Anteil als Imaginärteil gegeben ist mit

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(z_{\parallel, \perp}) &= \operatorname{Re}(a_{x,y}) (\vec{1}, \vec{0}) + \operatorname{Re}(b_{x,y}) (\vec{0}, \vec{1}) \\ \operatorname{Im}(z_{\parallel, \perp}) &= \operatorname{Im}(a_{x,y}) (\vec{1}, \vec{0}) + \operatorname{Im}(b_{x,y}) (\vec{0}, \vec{1}) \end{aligned} \quad (95)$$

$(\vec{1}, \vec{0})$ und $(\vec{0}, \vec{1})$ sollen die orthogonalen Einheitsvektoren in Richtung der ersten bzw. zweiten Koordinate bedeuten, wenn wir im NS-EW-System messen, also $(\vec{1}, \vec{0})$ E-Richtung und $(\vec{0}, \vec{1})$ N-Richtung.

Wie schon durch die Indizierung $\parallel, \perp$ angedeutet werden soll, existieren je zwei Pfeile entsprechend der E- und der H-Polarisation, in der Tiefensondierung wird hingegen nur die erstere erfaßt.

Das oben skizzierte Verfahren ist völlig äquivalent mit einer von HAAK (1968 & 1970) vorgeschlagenen "Methode der maximalen Kohärenz". Nach Transformation der Folgen der E_x bzw. E_y in das Koordinaten-System der minimalen Kohärenz werden die Richtungen gesucht, in denen die korrespondierenden Folgen H_y bzw. H_x maximale Kohärenz dazu haben. So kann für diese beiden "maximal kohärenten" Folgen $E_{x,y}$ und $H_{y,x}$ nach einem Ansatz der Form (51) die Übertragungsfunktion (etwa nach (88) mit $X \equiv 0$, $F = E_{x,y}$ und $Y = H_{y,x}$) berechnet werden. In der Praxis erweist sich, daß die auf diese Weise gefundenen Richtungen im Magnetfeld nicht immer jeweils die senkrechten Richtungen zu den E-Feld-Komponenten sind, ja daß das Koordinaten-System, in das das Magnetfeld zu transformieren ist, häufig kein rechtwinkeliges mehr ist. Dies wird auch impliziert durch die Unterscheidung von $\psi_{\parallel}$ und $\psi_{\perp}$ in (94), die im Idealfall zueinander orthogonale Richtungen bestimmen. Hier spiegelt sich die oft nicht genügend erfüllte Bedingung der Zweidimensionalität der Struktur wieder.

V.5. Erdmagnetische Tiefensondierung

V.5.1. Berechnen der Induktions-Pfeile

Beim Studium der (zeitlichen) Variationen des Erdmagnetfeldes wurde die Erfahrung gemacht, daß sich die Spitze des Feldvektors näherungsweise - vor allem bei quasiharmonischen Schwingungen - auf Ebenen im Raum bewegt (s. Abb.2 und 3). PARKINSON (1959) und WIESE(1962) hatten die Idee, diese perioden- und ortsabhängige "Vorzugsebene" (UNTIETD, 1964) durch einen Induktions-Pfeil darzustellen. SCHMUCKER (1970) machte klar, daß genau genommen im Orts-Bereich nur die Relation der anomalen Vertikal-Komponente des Magnetfeldes zu den normalen Horizontal-Komponenten diese Bedingung der Linearität erfüllt (Gleichung (52) $Z = c \cdot H_n$). Er erweitert auch die Betrachtung um einen die Phase berücksichtigenden Anteil

$$\begin{aligned}\vec{c}_u &= \text{Re}(c) = \text{Re}(a) \cdot (\overrightarrow{1,0}) + \text{Re}(b) \cdot (\overrightarrow{0,1}) \\ (-)\vec{c}_v &= (-)\text{Im}(c) = \text{Im}(a) \cdot (\overrightarrow{1,0}) + \text{Im}(b) \cdot (\overrightarrow{0,1})\end{aligned}\quad (96)$$

$\vec{c}_u$ wird 0° -Pfeil genannt (in-phase-arrow)

$\vec{c}_v$ 90° -Pfeil (out-of-phase-arrow)

a und b sind die Koeffizienten des linearen Ansatzes in beliebigem Koordinaten-System, meist einem NS-EW-System (Gleichung (85)). Die Schreibweise in (96) ist ganz analog der in (95) verwendeten. Die Möglichkeit, den Pfeilen eine Länge und eine (geographische) Richtung zuzuordnen, gestattet es, sie als Instrument für übersichtliche graphische Darstellungen zu benützen (Abb.25 und 26). Bei strenger Zwei-Dimensionalität stehen die beiden Pfeile senkrecht zur Streichrichtung und ihre Länge ist ein Maß für die Stärke der Anomalie. Aus zeichentechnischen Gründen wird meist durch Definition einer der Pfeile umgepolt, durch

das eingeklammerte Minus-Zeichen in (96) angedeutet. Die Wahl des positiven Vorzeichens gibt dem O^0 -Pfeil die Richtung des WIESE-Pfeils, ein negatives entspricht dem Pfeil von PARKINSON und dem O^0 -Pfeil von SCHMUCKER. Die statistische Signifikanz oder umgekehrt das Abweichen von der Linearität der Beziehung - bildlich der Vektorspitze von der Vorzugsebene - kann dargestellt werden durch einen Vertrauenskreis, etwa um den Punkt, an dem die Pfeile beginnen, also dem Meßpunkt, mit dem Radius

$$\varepsilon \sqrt{|c_u|^2 + |c_v|^2},$$

wobei ε das Residuum nach Gleichung (89) ist. SCHMUCKER weist auch auf die Möglichkeit hin, nicht nur auf Grund der linearen Beziehung von (anomaler) Vertikal- zu normaler Horizontal-Komponente Induktions-Pfeile zu definieren, sondern auch auf Grund der von anomalen zu normalen Horizontalfeld-Komponenten.

V.5.2. Trennung von normalen und anomalen Feldanteilen

Auch von anderen Autoren ist die Beobachtung gemacht worden, daß im süddeutschen Raum in großräumigem Maßstab eine Vertikal-Komponente der natürlichen Variationen des Magnetfeldes existiert. BERKTOLD (1969) vermutet als Ursache eine mehr oder weniger EW streichende Leitfähigkeits-Anomalie im Untergrund im Gebiet des Mains oder südlich davon. Das Ziel der vorliegenden Arbeit war es die Induktions-Anomalie des Rheingrabens zu studieren; daher war die Notwendigkeit gegeben, eine Trennung der gesamten gemessenen Variationen der Felder in anomale (nur durch die Anomalie des Grabens bedingt) und normale (gesamte minus anomale) Anteile zu versuchen. WINTER (1973) hat ebenfalls die Variationen des erdmagnetischen Feldes auf einem weiter nördlich gelegenen Profil (Abb.13) gemessen.

Bei der Auswertung macht auch er die Erfahrung, daß die Induktions-Pfeile keineswegs senkrecht zum Graben orientiert sind, sondern offenbar durch eine überall im Meßgebiet vorhandene Komponente in mehr oder weniger südliche Richtung gedreht werden. Den Anteil in den Induktions-Pfeilen - als den Real- und Imaginärteilen der Übertragungsfunktionen zwischen Z und H -, der nur von der Anomalie des Grabens stammt, gewinnt WINTER durch Projektion der Pfeile auf eine Richtung senkrecht zur Grabenachse. Letzter wiederum wird bestimmt mit $N 5^{\circ} E$ durch Symmetrisierung der Übertragungsfunktionen hinsichtlich der Grabenränder für mittlere Perioden ($T = 30 \text{ Min.}$)

Eine andere Möglichkeit dieser Trennung erwächst aus der Überlegung, nicht erst bei den Übertragungsfunktionen die Aufspaltung zu versuchen, sondern schon in einem früheren Stadium der Auswertung, etwa bei den Variationen noch im Zeit-Bereich (Kap.III.) oder nach Transformation in den Frequenz-Bereich. Zu diesem Zweck wurde eine Basisstation gesucht, an der die Bedingung erfüllt sein soll, daß dort die Variationen weitgehend "normal" sind. Als normal wurden in III.2.1. Meßstationen bezeichnet, die hinreichend weit von lateralen Leitfähigkeits-Änderungen entfernt sind, in unserem speziellen Fall von der Anomalie des Rheingrabens. Die am östlichen Profilende gelegene Station 20 (Bolstern), 120 km vom Grabenrand entfernt, schien bei unserer Auswertung diese Bedingungen in genügendem Maße zu erfüllen (s.Kap.VII.).

Eine Abtrennung des anomalen Anteils der Variationen vom gesamten kann für jede Meßstation durch Subtraktion des an dieser "normalen" Basisstation gemessenen Anteils erfolgen, also etwa punktweise im Zeitbereich für jeden digitalisierten Wert oder im Frequenz-Bereich mit den Fourier-Koeffizienten. Optisch besonders gut überwachen läßt sich dieser Trennprozeß durch punktweise Subtraktion nach Filterung. (Dies war mit das Hauptmotiv, warum

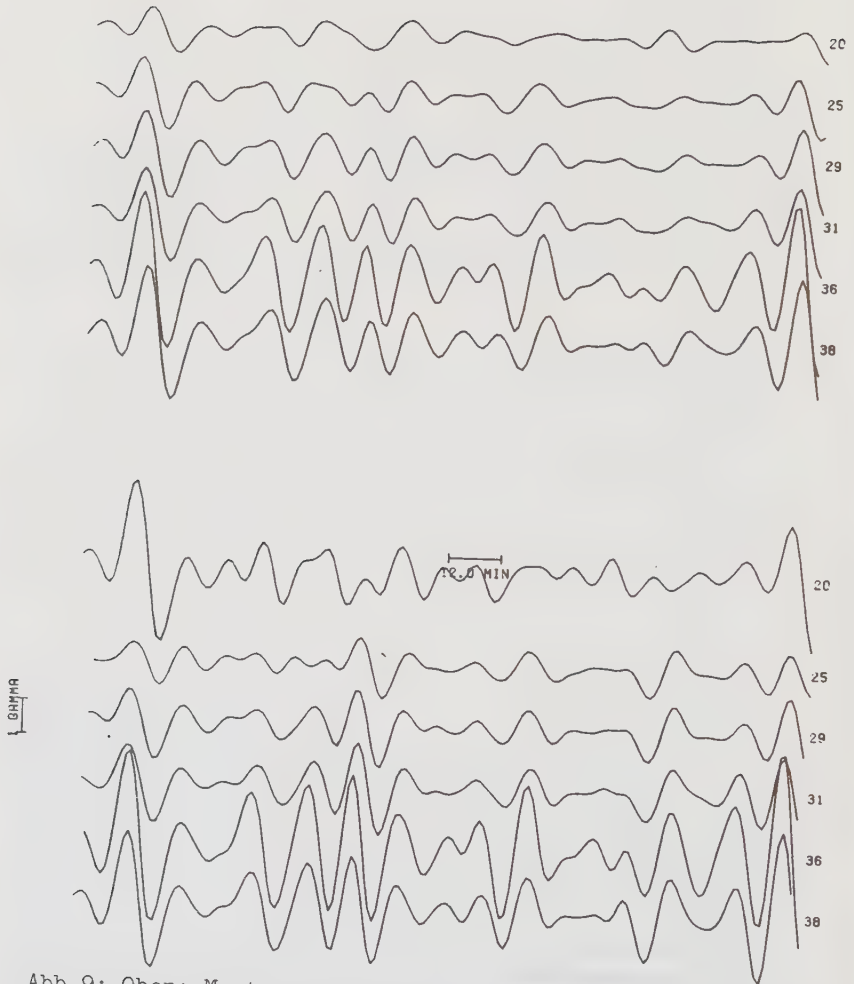
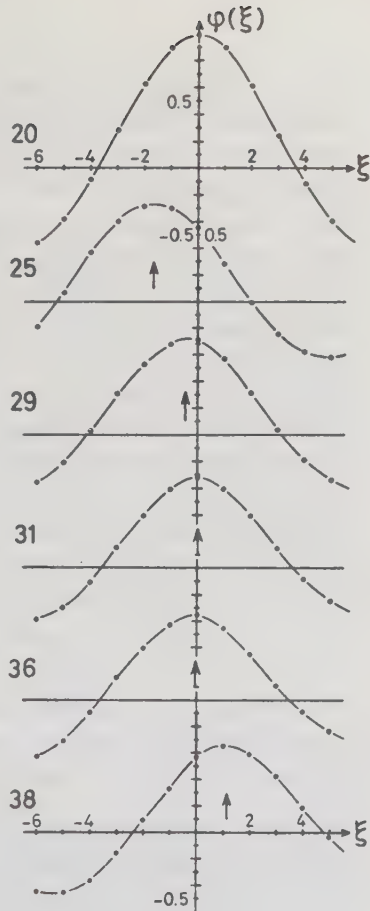


Abb.9: Oben: Montage von Registrierungen der Z-Komponente nach Filterung. (Es ist dieselbe Montage wie in Abb.7c mit etwas anderer Verstärkung.) Darunter: Montage der anomalen Anteile der obigen Variationen, die gewonnen wurden durch punktweise Subtraktion des jeweiligen Momentanwertes an der Basisstation 20 unter Berücksichtigung von Phasen (s.Text).
Fortsetzung nächste Seite.

Abb.10: Kovarianz-Funktion $\varphi(\xi)$ zwischen gemessenen, gleichzeitigen Variationen der vertikalen Komponente des Magnetfeldes an der Basisstation 20 (Bolstern) und jeweils einer Wanderstation: 25, 29, 31, 36, 38 (s.Abb.15); die oberste Kurve ist die Autokovarianz. Es wurden hier gefilterte (in der Abb.7c gezeichnete) Variationen verwendet. Die Pfeile markieren die mit Hilfe einer Fourier-Analyse bestimmten Maxima. Ihr Abszissenwert gibt die Phasen-Verschiebung an, die jeweils zwischen den Variationen an der Basis- und der Wanderstation vorhanden ist. Zur Gewinnung des anomalen, nur durch den Rheingraben bedingten Anteils in der Vertikal-Komponente wurden die Variationen an einer der beiden Stationen um die so bestimmte Phase verschoben, um dann punktweise jeweils den momentanen Wert an der Basisstation subtrahieren zu können.



Fortsetzung Abb.9: Die oberste Spur der unteren Montage ist die horizontale Komponente an der Basisstation 20 in der durch den Induktions-Pfeil gegebenen Richtung; sie kann als die induzierende Komponente betrachtet werden. Verstärkung: links unten angegeben für die untersten 5 Spuren, halb so groß bei den übrigen.

bei der Methode der Erdmagnetischen Tiefensondierung in dieser Arbeit numerische Filter zur Frequenz-Trennung verwendet wurden.) In Abb.9 ist oben nochmals die Montage (Abb.7c) von Variationen der Z-Komponente nach Filterung ($n = 12$, $\mu = 1$, $\Delta t = 1$ Min) gezeichnet, darunter die Montage der anomalen Anteile nach punktwiser Subtraktion der entsprechenden Werte der Station 20. Vor dieser Subtraktion wurde allerdings noch eine Phase berücksichtigt, um die die Variationen der jeweiligen Meßstation (auch Wanderstation genannt) gegen die der zu subtrahierenden der Basisstation verschoben wurde. Verzichtet man auf dieses Verschieben, zeigt die Erfahrung, daß man dann häufig unsinnige Ergebnisse erhält. Ein einfaches (wenn auch physikalisch nicht sehr sinnvolles) Beispiel mit zwei um $\frac{\pi}{2}$ verschobenen sin-Funktionen, also sin und cos, lehrt, daß bei Subtraktion z.B. Amplituden-Verstärkung eintreten kann:

$$\text{sei } \beta = \alpha + \frac{\pi}{2}$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha - \cos \alpha &= \sin \alpha - \sin \beta = 2 \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \\ &= \sqrt{2} \cdot \cos(\alpha + \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

Nach der Subtraktion wurde die Verschiebung der Spuren wieder rückgängig gemacht; für die Ausgleichsrechnung müssen nämlich die Variationen wieder in ihrem ursprünglichen, zeitlichen Ablauf zur Verfügung stehen, um speziell bei den Phasen zwischen dieser anomalen Vertikal-Komponente zu den normalen Horizontal-Komponenten keine Fehler zusätzlich zu erzeugen.

Die Berechnung dieser für die Gewinnung des anomalen Anteils nötigen Phasen-Verschiebung zwischen den Variationen einer Komponente an der Basisstation und jeweils der entsprechenden der Wanderstation kann mit Hilfe der Kreuzkovarianz (Kap.IV.3.) durchgeführt werden. Gleichung (81) kann für diskrete Folgen $\{X_v\}$ und $\{Y_v\}$ und endliche

Intervalle ($v = 1, \dots, N$) geschrieben werden

$$\varphi(\xi) = \sum_{v=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} X_v X_{v+\xi}$$

n ist möglichst groß zu wählen, aber natürlich nicht so groß, daß die Intervall-Grenzen bei der Summation überschritten werden. $\varphi(\xi)$ ist ein Maß für die Korrelation zwischen den beiden Folgen $\{X_v\}$ und $\{X_{v+\xi}\}$, wenn letztere um ξ Punkte gegen die erstere verschoben ist. Maximal (Wert 1 im Falle der Autokorrelation) wird die Korrelation, wenn Phasengleichheit besteht, 0 bei einer Phase von $\frac{\pi}{2}$ und minimal (-1) bei π . Über die Bestimmung der Lage des Maximums von φ erhält man so einen mittleren Phasenwinkel zwischen den Variationen in einer Komponente an zwei Stationen (nach der Filterung) (Abb.10). Graphisch läßt sich diese Maximum nur ungenau ermitteln; als bessere Methode erwies sich eine Fourier-Analyse der Kreuzkovarianz $\varphi(\xi)$.

Auf diese eben beschriebene Art wurde die anomale Vertikal-Komponente an den einzelnen Stationen gewonnen und damit (außer mit den gesamten gemessenen Komponenten) die Induktions-Pfeile (Gleichung (96)) über (88) nach dem Ansatz (85) berechnet (Abb.25 und 26). Etwas ähnliches mit den Horizontal-Komponenten zu versuchen, stößt zunächst auf die Schwierigkeit, daß man nicht weiß, mit welcher Komponente man dieses Trennverfahren durchführen soll. Bei zwei-dimensionalen Strukturen erwartet man, daß an allen Stationen, die im Einflußbereich dieser Anomalien liegen, die Variationen in der Komponente parallel zur Streichrichtung gleich sind. Nur in der Komponente senkrecht dazu ist die Induktions-Wirkung vorhanden, bei Entfernung von der Anomalie weist sie die stärkste Änderung auf. Das Residuum (Gleichung (89)) als Maß für die Ähnlichkeit der Variationen einer Komponente an zwei Stationen kann zur Bestimmung dieser Streichrichtung benutzt werden: pro-

jiziert man die gleichzeitigen Variationen des Horizontal-Feldes an einer Wanderstation und an der Basisstation auf eine feste, etwa um den Winkel α gegen E gedrehte Richtung, erhält man irgendeinen Werte zwischen 0 und 1 für das Residuum zwischen diesen beiden Komponenten, bei anderen Drehwinkeln andere Werte. Genau dann müßte das Residuum ein Minimum aufweisen, wenn man die Komponenten parallel oder senkrecht zur Streichrichtung der Anomalie gefunden hat. Mit synthetischen, elliptisch polarisierten Variationen (Abb.11) kann dies sehr gut demonstriert werden; bei der Untersuchung natürlicher Variationen des erdmagnetischen Feldes, die im Gebiet des Rheingrabens gemessen wurden, gelingt zwar bei den meisten Stationen die Bestimmung der Lage der durch Minima in den Residua ausgezeichneten Koordinaten-Systeme, häufig aber verursacht wahrscheinlich die Überlagerung von lokalen Anomalien eine Verzerrung der Residuums-Rosetten, derart, daß eine Richtung, die durch die regionale Anomalie des Grabens vorgegeben ist, nur schwerlich festzulegen ist (Abb.12). Oft sind anstelle der vier Minima (im Winkelbereich von 0 bis 360°) nur zwei vorhanden, je zwei "verschmelzen" zu einem. Auch bei den synthetischen Variationen der Abb.11 verschwindet je ein Minimum bei der Rosette, die die Residua zwischen den beiden Schwingungen repräsentiert, deren Amplituden am wenigsten unterschiedlich sind. (Es ist die flächenmäßig kleinste Rosette.) Das den Schwingungen überlagerte Rauschen ist offensichtlich stark genug, eine solche Verzerrung zu bewirken.

Der Versuch, auf die eben beschriebene Art die Richtung des Rheingrabens zu bestimmen, und damit die Magnetfeld-Komponente senkrecht dazu, in der die gesamte Induktionswirkung vorhanden ist, war somit nicht sehr erfolgreich. Die Trennung von normalen und anomalen Anteilen in den Variationen durch punktweise Subtraktion des jeweiligen Momentanwertes an einer "normalen" Station wurde deshalb für die horizontalen Magnetfeld-Komponenten nicht weiter versucht.

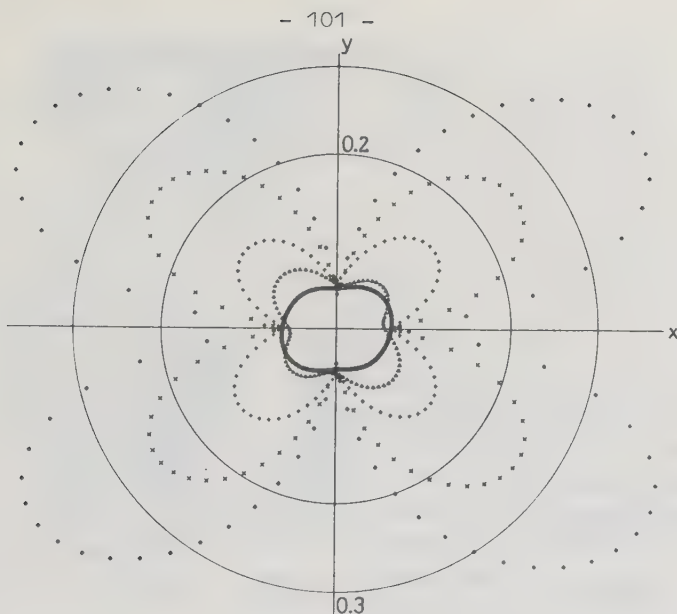


Abb.11: Darstellung der Residua (Gleichung (86)) zwischen synthetischen Variationen in einem Polardiagramm. Zu diesem Zweck wurden $k=6$ elliptisch polarisierte harmonische Schwingungen erzeugt (gleicher Phasenlage), deren Amplituden in x -Richtung alle gleich 1 sind, in y -Richtung jedoch zusätzlich einen nach einer Exponential-Funktion abklingenden Anteil aufweisen:

$$X_k(t) = \cos(\omega t) + r(t)$$

$$Y_k(t) = (1 + 3 \cdot \exp(0.7 \cdot k)) \cdot \sin(\omega t) + r(t); \quad k = 1, \dots, 6$$

$r(t)$ ist das Ergebnis eines Zufallsgenerators, der den Schwingungen ein Rauschen überlagert, hier von maximal $\pm 5\%$. Die Schwingung, die am wenigsten von einer zirkular polarisierten abweicht ($k=6$), wurde als die einer "normalen" Basisstation betrachtet. Für alle k wurden die Schwingungen auf eine Richtung projiziert, die um den Winkel α etwa gegen die x -Richtung gedreht ist, dann jeweils das Residuum zwischen den einzelnen Stationen $k=1, \dots, 5$ und der Basisstation berechnet und im Polardiagramm mit für jedes k verschiedenen Signaturen eingezeichnet. Fortsetz. nächste S.

PERIODE: 45.0 MIN

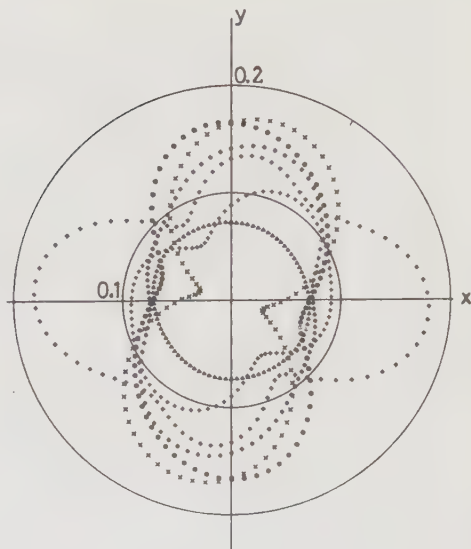
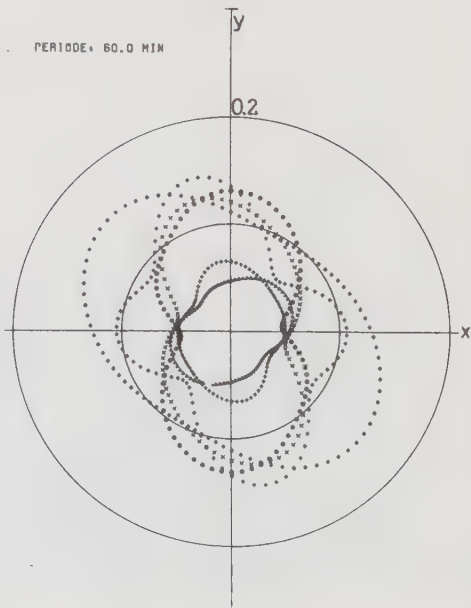


Abb.12: Ähnliche Darstellung der Residua wie in Abb.11 mit natürlichen, gemessenen Variationen des horizontalen Magnetfeldes (Abb.23) nach Filterung (oben: Hauptperiode der Filter-Durchlaßfunktion 45 Min, unten: 60 Min.). Die Meßstationen (verschiedene Signaturen) liegen auf dem Rheingrabenprofil R II (Abb.15). Basisstation ist 20 Bolstern.

PERIODE: 60.0 MIN



Forts. Abb.11: Mit abnehmendem κ (die Schwingungen werden immer unähnlicher) werden die Flächen der so entstehenden Rosetten immer größer. In Richtung der Achsen der von den Schwingungen beschriebenen Ellipsen werden die Residua minimal.

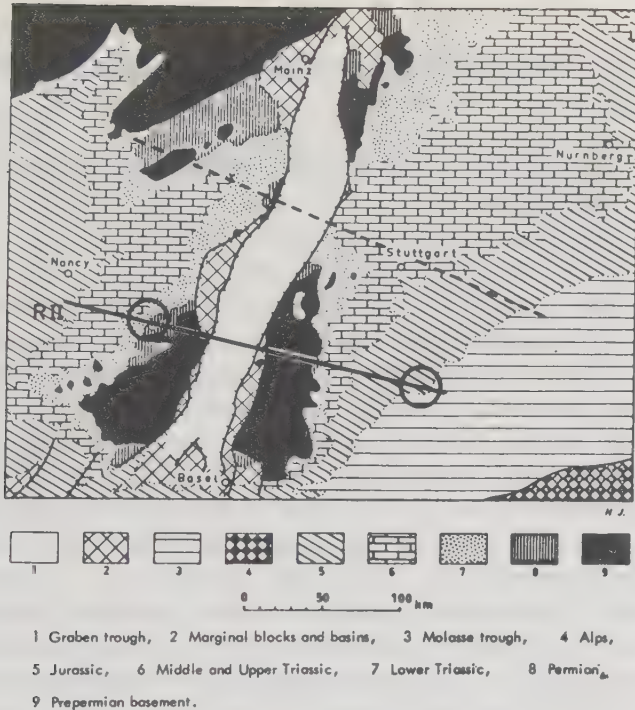


Abb.13: Schematisierte geologische Karte des Rheingraben-Gebiets (nach ILLIES, 1967). Eingezeichnet ist das Profil R II, auf dem die Stationen liegen, an denen die Registrierungen für die vorliegende Arbeit durchgeführt wurden. Durch Kreise gekennzeichnet sind Gebiete, in denen die Messungen mit ein-dimensionalen Modellen erklärt werden konnten (Abb.16 bis 21). Auf dem weiter nördlich liegenden Profil wurden von anderen Autoren ähnliche Messungen durchgeführt und nach den Methoden der Tellurik (HAAK, 1970; HAAK et al., 1970), der Magnetotellurik (SCHEELKE, 1972) und der Erdmagnetischen Tiefensondierung (WINTER, 1973) interpretiert. Dieses Profil gibt auch ungefähr die Lage der in der Abb.14 gezeigten Modell-Profil-schnitte, die aus seismischen und gravimetrischen Messungen abgeleitet wurden.

C. Das Objekt der Untersuchungen: der Rheingraben

VI. Ergebnisse geowissenschaftlicher Studien

VI.1. Beispiel einer Taphrogenese

Das Interesse an der grabenartigen Struktur des Oberrheintales, das sich in besonderem Maße im letzten Jahrzehnt in Form von geowissenschaftlichen Forschungen manifestiert hat, ist im Zusammenhang zu sehen mit einer erst seit kurzer Zeit allgemein akzeptierten Theorie über die dynamischen Veränderungen an und unter der Oberfläche der Erde. Schlagwortartig könnte man dieses neue Verständnis charakterisieren mit den Begriffen: Kontinental-Trift - Platten-Tektonik - Ocean-Floor-Spreading. Der Rheingraben ist keineswegs das größte oder schönste Beispiel in einem weltweiten Riftsystem, ihn zeichnet aber vor allem seine Lage im zentralen Europa aus; so wurde er gleichsam "vor der Haustüre liegend" Objekt intensiver, interdisziplinärere Studien einer Reihe von Universitäts-Instituten und anderer geowissenschaftlicher Institutionen. Der hier glückliche Umstand von wirtschaftlichen Interessen öl- und salzsuchender Firmen hat die wissenschaftlichen Ambitionen durch tausende von Bohrungen unterstützt.

Die ersten "Geburtswehen" des Oberrheingrabens glaubt man im mittleren bis höheren Dogger nachweisen zu können (ILLIES, 1971), der Beginn der Taphrogenese, des Grabenbruchs, wird aber allgemein im mittleren Eozän, also etwa vor $45 \cdot 10^6$ Jahren angenommen: eine schmale Zone zwischen den heutigen Städten Basel und Frankfurt begann sich einzusenken, wurde durch eine Reihe von Seen gefüllt, bis schließlich von Süden her das Meer vordrang. Langsam wanderte das Senkungsmaximum nach Norden und Mitteleuropa wurde endlich durch ein schmales Grabenmeer durchtrennt.

Dieser Prozeß der Einsenkung - gleichzeitig erfolgte die schulterartige Heraushebung der Flanken - kam zu einer Beruhigung im oberen Miozän und unteren Pliozän, um im Ober-Pliozän erneut einzusetzen. Die Sedimentation erfolgte jetzt hauptsächlich fluviatil durch den Rhein und seine Vorläufer. Die heute noch nicht erlahmte seismische Aktivität und auch geodätische Untersuchungen weisen darauf hin, daß der Bruchvorgang bis in die Jetzt-Zeit anhält.

Sehr vielfältig sind die Einzelheiten in der Geschichte und der Struktur des Grabens; so bietet sich heute das Bild einer etwa 300 km langen und an der Oberfläche etwa 36 km breiten, durch nahezu parallel verlaufende Ränder begrenzte Spalte in der Erdkruste. Die maximalen Mächtigkeiten der neozoischen Sedimente sind gleich etwa 3400 m. Hebungen bis zu 2200 m konnten in den angrenzenden Gebieten nachgewiesen werden. Integriert man die Dehnungen in lateraler Richtung, kommt man auf einen Betrag von 4.8 km, um den die Krustenplatten links und rechts des Grabens auseinandergerückt sein müssen.

VI.2. Beiträge der Geophysik

Aufgabe der Geophysik war und ist es, die nicht nur unmittelbar an der Erdoberfläche zugänglichen Strukturen zu erkennen; nur daraus kann hier für die taphrogenen Vorgänge ein größeres Verständnis gewonnen werden. Die wohl wichtigste Entdeckung brachten seismische Untersuchungen (MEISSNER, BERKHEMER, WILDE & POURSADEG, 1970; ANSORGE, EMTER, FUCHS, LAUER, MUELLER & PETERSCHMITT, 1970; RHINEGRABEN RESEARCH GROUP FOR EXPLOSION SEISMOLGY, 1974): Die Krusten-Mantel-Grenze wölbt sich unmittelbar unter dem Graben bis zu einer Tiefe von 24 km auf, während sie 100 bis 200 km entfernt von den Rändern bei 30 km liegt (Abb.14). Diese Aufwölbung hat allerdings auch nicht näherungs-

weise eine zwei-dimensionale Konfiguration, wie der Graben von der Erdoberfläche aus gesehen, das Maximum liegt im südlichen Teil etwa bei Mülhausen. Im Norden scheint der Effekt geringer und nur unmittelbar auf die Grabenzone selbst beschränkt zu sein. Zunächst wurde angenommen, daß es sich bei der Aufwölbung um die obere Begrenzung einer kissenförmigen intermediären Schicht zwischen Kruste und Mantel handelt, mit einer P-Wellengeschwindigkeit von 7.2 bis 7.4 km/s im nördlichen Grabenteil (MEISSNER et al., 1970; RÖWER & STROBACH 1967) bzw. 7.6 bis 7.7 km/s weiter südlich (ANSORGE et al., 1970) und einer maximalen Dicke von 15 km. Auf Grund des 1972 durchgeführten seismischen Experiments (RHINEGRABEN RESEARCH GROUP, 1974), bei dem im Graben und auf einem Profil parallel zu seiner Längsachse gemessen wurde (mit Gegenschuß), mußte die Geschwindigkeit in diesem "Kissen" auf einen Wert von 8.1 km/s revidiert werden; dies ist eine Geschwindigkeit, die schon eindeutig dem Erdmantel zuzuordnen ist. Eine untere Grenze konnte bisher nicht bestätigt werden, so daß in der Aufwölbung ein anomaler Verlauf der Mohorovičić-Zone gesehen werden muß. Die ursprüngliche Annahme einer Wellengeschwindigkeit von 7.2 - 7.4 bzw. 7.6 - 7.7 km/s in dieser intermediären Schicht - Werte größer als die der unteren Kruste aber kleiner als die des oberen Mantels - war auch auf Grund von gravimetrischen Messungen erfolgt (FUCHS, 1974). Die Ausbeulung der oberen Mantelgrenze müßte sich nämlich als positive Schwere-Anomalie von etwa 40 bis 60 mgal bemerkbar machen. Da aber eine solche nicht gefunden wurde, liegt der Schluß auf die kompensierende Wirkung eines Massendefizits in der Tiefe nahe. Es wurde daher zunächst angenommen, daß eine Ausbuchtung eines kissenförmigen Körpers intermediärer Dichte auch nach unten in den dichteren Mantel existiert. Die Korrektur dieser Vorstellung auf Grund der neueren seismischen Untersuchungen erforderte andere

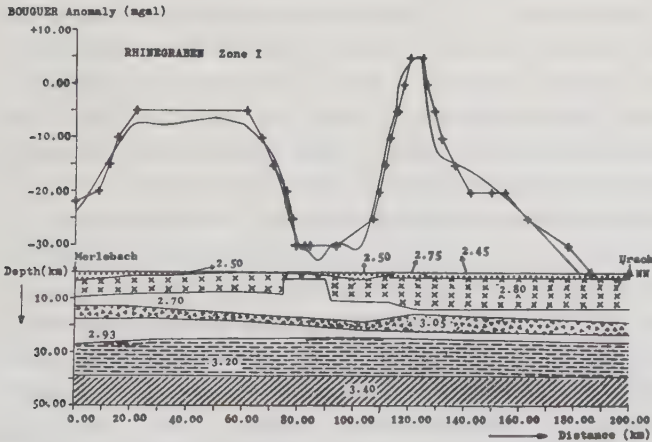
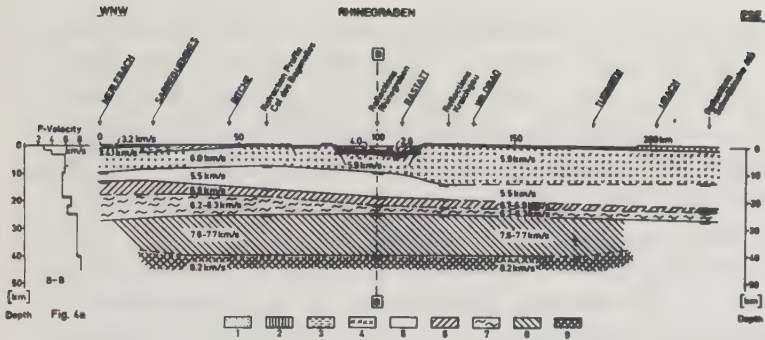


Abb.14: Krustenmodelle für das Gebiet des Rheingrabens. Die Lage dieser beiden Schnitte ist in der Abb.13 eingezeichnet (nördliches der beiden angegebenen Profile).

Oben (aus ANSORGE et al., 1970): Interpretation von seismischen Messungen. Die in den Schichten angeschriebenen Zahlen geben die P-Wellen-Geschwindigkeiten wieder. Links ist die Geschwindigkeits-Tiefen-Funktion für das Zentrum des Rift-Systems (Linie B-B) gezeichnet. Dicke kurze Striche markieren Reflexions-Horizonte. Die Geschwindigkeit von 7.6-7.7 km/s in der vorletzten der gezeichneten Schichten wurde auf Grund eines 1972 ... (Forts. nächste S.)

Hypothesen zur Erklärung des Massendefizits in der unteren Lithosphäre (FUCHS, 1974). MUELLER & RYBACH (1974) (Abb.14) können die Schwere-Anomalien ganz gut erklären mit einem Modell, bei dem laterale Variationen hauptsächlich durch die Sediment-Bedeckung verursacht werden; Das Modell des tieferen Untergrunds basiert weitgehend auf den Ergebnissen der Seismik.

Eine weitere wichtige Erkenntnis aus reflexions- und refraktionsseismischen Messungen, die auch durch die Gravimetrie bestätigt werden konnte, brachte der Nachweis einer sialischen Zone niedriger Geschwindigkeit (low velocity channel), d.h. einer Schicht in der Kruste zwischen 10 und 16 km Tiefe, in der die Geschwindigkeit der P-Welle wieder kleiner ist als in den darüberliegenden Schichten (ANSORGE et al., 1970; Abb.14). Im Tiefenbereich zwischen 19 und 25 km ist nochmal solch eine Geschwindigkeits-Abnahme wahrscheinlich; vermutlich handelt es sich um eine lamellenartige Übergangszone (MUELLER et al., 1974).

In ein tieferes Stockwerk des Erdinneren zu schauen, gestattet die Analyse der Dispersion von Rayleigh-Wellen, eine Methode der Seismologie. Während oben von P- oder Longitudinal-Wellen die Rede war, liefert diese Methode in erster Linie Werte für S- oder Transversal-Wellen-Geschwindigkeiten. REICHENBACH & MUELLER (1974) leiten aus Messungen im Rheingraben-Gebiet Geschwindigkeits-Tiefen-

Fortsetzung Abb.14: durchgeführten seismischen Experiments (RHINEGRABEN RESEARCH GROUP, 1974) korrigiert auf den Wert 8.1 km/s. Die obere Begrenzung dieser Schicht scheint damit identisch zu sein mit der (aufgewölbten) Mohorovičić-Diskontinuität; eine untere Begrenzung konnte nicht mehr bestätigt werden.

Unten (aus MUELLER et al., 1974): Beobachtete (Kreuzchen) und berechnete (durchgezogene Kurve) Bouguer-Anomalie. Im Modell sind die Dichten in g/cm^3 angegeben.

Funktionen ab, nach denen in 80 km Tiefe*) die Geschwindigkeit der Transversal-Wellen von 4.65 auf 4.25 km/s abnimmt. Erst ab einer Tiefe von 280 km (in früher veröffentlichten Modellen 220 km), die als Unterkante der Asthenospäre bezeichnet wird, nimmt sie langsam und stufenweise (wohl bedingt durch die Modellrechnung) zu. Solch eine Verteilung der S-Wellen-Geschwindigkeit scheint aber kein Charakteristikum des Rheingraben-Gebiets zu sein, ähnliches wurde in anderen Teilen Europas gefunden.

Bei Messungen der Wärmestrom-Dichte an der Erdoberfläche wurden allerdings die anomalen Verhältnisse wieder deutlich. Eine Trendfläche fünfter Ordnung**) des Wärmeflusses (HÄNEL, 1971) erreicht mit $2.6 \mu\text{cal} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ ihren höchsten Wert in Deutschland etwa in der Gegend von Landau. Es fällt auf, daß in diesem Gebiet auch das stärkste Minimum und sehr große Gradienten in der Bouguer-Schwere liegen. Des weiteren wurde hier auch der höchste seismische Energiefluß festgestellt. Man hat daher über eine Intrusion in diesem Gebiet von Material aus dem "low-velocity-Kanal" mit hoher Wärmeproduktion und geringerer Dichte in die darüberliegenden Schichten diskutiert (MUELLER et al., 1974). Quantitative Berechnungen können ganz gut die beobachteten Phänomene erklären, etwa die Lage des Schwereminimums

*) Die Tiefe scheint hier bemerkenswert zu sein. Dort nimmt nämlich auch die Leitfähigkeit bei unseren (und auch der anderer Autoren), aus magnetotellurischen Messungen abgeleiteten Modellen stark ab (Kap.VII.2.2., v.B. Abb.18).

**) Die starke Streuung der einzelnen Meßwerte muß durch (zwei-dimensionale) Filterung verringert werden, um den großräumigen Verlauf sichtbar zu machen.

in der westlichen Grabenhälfte, während es in der östlichen liegen sollte, wenn man die dort mächtigeren Sedimente verantwortlich machen wollte (Abb.14).

Die bisherigen Ergebnisse der Anwendung von Methoden zur Bestimmung der elektrischen Leitfähigkeit im Untergrund unter dem Rheingraben haben natürlich im Hinblick auf die in dieser vorliegenden Arbeit durchgeführten Untersuchungen eine besondere Bedeutung:

Gleichstrom-Tiefensondierungen nach der Methode von Schlumberger wurden vom Niedersächsischen Landesamt für Bodenforschung im Graben, parallel zu seiner Längsachse mit maximaler Auslage von 150 km durchgeführt (HOMILIUS & BLOHM, 1973). Trotz der sehr großen Elektrodenabstände, deren Mittelpunkt etwa bei Lahr lag, und einer aufwendigen Interpretations-Technik, konnten nur Aussagen über eine Gliederung der Sedimente gemacht werden. Das liegende Kristallin mit einem Widerstand $> 850 \text{ Ohm} \cdot \text{m}$ ist dabei scheinbar erst in einer Tiefe ab 8 km anzutreffen. Aus Bohrungen weiß man, daß die wirkliche Tiefenlage an der Stelle des Elektroden-Mittelpunktes 1.8 km ist, so daß eine Anisotropie der gesamten Grabenfüllung von 4.5 angenommen werden muß.

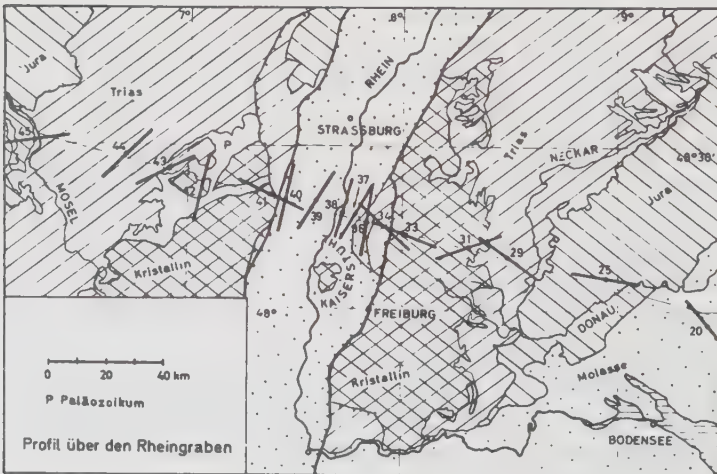
Magnetotellurische Messungen auf zwei Profilen über den Graben (Abb.13) interpretiert SCHEELKE (1972) unter Ausnutzung von Perioden der Variationen von 10 bis 1000 s mit zwei-dimensionalen Modellen (Rechenverfahren nach SCHMUCKER). Das wichtigste Ergebnis der Auswertungen war die Annahme einer gut leitenden Zwischenschicht (25 - 30 $\text{Ohm} \cdot \text{m}$) in der Tiefe zwischen 25 und 45 km (auf einem weiter nördlich gelegenen Profil) bzw. 50 km (auf einem südlicheren). Die Frage nach der Ausdehnung des guten Leiters nach Osten und Westen blieb unbeantwortet, da sich die beiden Meßprofile nur auf den Grabenbereich und in die nächste Umgebung erstreckten. Unter der Zwischenschicht liegt wieder hochohmiges Material (1500 -

2000 Ohm·m), bis in etwa 200 km Tiefe, ehe der Widerstand auf 10 bis 20 Ohm·m abnimmt. Einen geringmächtigen guten Leiter in relativ geringer Tiefe von 25 bis 30 km glaubt auch LOSECKE (1970) bei einer magnetotellurischen Messung bei Speyer nachweisen zu können. Die Interpretation blieb aber problematisch, da sie ein ein-dimensionales Modell zu Grunde legte, was gerade für eine Grabenstation fragwürdig ist. So neigt HUNSCHKE (1970) bei der Interpretation derselben Messungen mit anderen Methoden zur Ansicht, daß die Existenz dieser Schicht durch Randeffekte vorgetäuscht sein kann. Auf Messungen nur des elektrischen Feldes auf einem Profil, das weitgehend identisch ist mit dem Nord-Profil von SCHEELKE (Abb.13, und WINTER s.u.) wurden Methoden der Tellurik angewandt (HAAK, SENGPIEL, BERKTOLD & GREINWALD, 1970). In erster Linie auf Grund der Phasen zwischen den Variationen des elektrischen Feldes wurde dabei die Existenz eines guten Leiters (5 Ohm·m), beginnend in 25 km Tiefe, angenommen. Im Osten liegt seine Begrenzung nur wenige Zehner km vom Grabenrand entfernt, im Westen scheint nichts auf eine solche hinzuweisen. Auf eben dem selben Profil (Abb.13) wurden auch die Variationen der drei Komponenten des erdmagnetischen Feldes gemessen mit der Absicht, Erdmagnetische Tiefensondierung durchzuführen. Auswertungen der Registrierungen von Variationen mit Perioden von 10 Minuten bis 2 Stunden, durchgeführt von WINTER (1973) mit Hilfe einer Inversionsmethode, die auf den Rechenverfahren der dünnen, zwei-dimensional inhomogenen Schicht über ein-dimensionalem Substratum nach SCHMUCKER (Kap.III.2.2.1.) basiert, ergaben ebenfalls eine gute Leitfähigkeit (30 Ohm·m) ab einer Tiefe von 18 bis 29 km. Mit 50 bis 90 km ist die Mächtigkeit dieser Schicht sehr viel größer als bei den anderen Autoren. Bei der Berechnung der integrierten Leitfähigkeit τ der Deckschicht wurde das Maximum im Graben mit 2000 Ohm^{-1} bestimmt, ein Nebenmaximum 70 km östlich in triassischen Sedimenten ist überraschend hoch mit 1200 Ohm^{-1} .

Abb.15: Schematisierte geologische Karte des Meßgebietes
mit der Lage der Meßstationen:

20 <u>Bolstern</u>	BOL	9°25,32 E	47°57,78 N
24 <u>Irrendorf</u>	IRR	9°58,05 E	48°05,46 N
25 <u>Gnadenweiler</u>	GNA	8°56,77 E	48°04,89 N
29 <u>Fischbach</u>	FIB	8°29,12 E	48°10,03 N
31 <u>Oehle</u>	OEH	8°17,08 E	48°11,18 N
33 <u>Höhenhäuser</u>	HÖH	8°01,12 E	48°12,95 N
34 <u>Ettenheimmünster</u>	EMU	7°54,87 E	48°15,25 N
36 <u>Walburg</u>	WAL	7°49,88 E	48°16,08 N
37 <u>Grafenhausen</u>	GRA	7°46,22 E	48°18,63 N
38 <u>Kappel</u>	KAP	7°43,65 E	48°18,31 N
39 <u>Witternheim</u>	WIT	7°35,12 E	48°19,88 N
40 <u>Dambach</u>	DAM	7°27,51 E	48°19,27 N
41 <u>Blienschwiller</u>	BLI	7°23,32 E	48°20,61 N
42 <u>Saint Stail</u>	SAI	7°04,40 E	48°22,93 N
43 <u>Senones</u>	SEN	6°54,42 E	48°24,09 N
44 <u>Glonville</u>	GLO	6°41,41 E	48°26,78 N
45 <u>Bayon</u>	BAY	6°16,18 E	48°28,99 N

Die Messungen an diesen 17 Stationen wurden ... Forts.n.S.



VII. Die eigenen Messungen der Variationen des elektrischen und erdmagnetischen Feldes auf einem Profil über den Rheingraben und deren Interpretation

VII.1. Die Messungen

wurden in den Jahren 1967 bis 1969 von der Arbeitsgruppe "Geoelektrik" des Instituts für Angewandte Geophysik der Universität München durchgeführt. Mit am selben Institut entwickelten Elektrographen (GREINWALD, 1967; BEBLO, 1972) erfolgten die Registrierungen der Schwankungen des horizontalen elektrischen Feldes. Die Spannungsdifferenzen im Boden werden dabei mit Cu-CuSO_4 -Elektroden abgegriffen und nach Behandlung mit elektronischen Filtern und Gleichspannungsverstärkern auf Magnetband (Precision Instruments 5107, Bandgeschwindigkeit 15/60 inch/s) oder Film (Geschwindigkeit wahlweise, je nach interessierendem Perioden-Bereich, 8 oder 72 cm/h) mit Hilfe von Spiegelgalvanometern aufgezeichnet. Normalerweise wurde im Gelände eine NS-EW-Auslage mit je 50 m Elektroden-Abstand gewählt. Gleichzeitig mit diesen Messungen erfolgten die der, für die Methode der Magnetotellurik benötigten, horizontalen Komponenten des Magnetfeldes an einer Basisstation mit Magnetographen des Typs flux-gate (Fa. Förster); die Aufzeichnung geschah hier ebenfalls auf Magnetband und teilweise (für die Auswertung auch längerer Perioden >2000 s)

Fortsetzung Abb.15: ... wurden für die Methode der Magnetotellurik verwendet, unterstrichen sind die Stationen, an denen Erdmagnetische Tiefensondierungen durchgeführt werden konnten. Die Striche an den Stationen in der Zeichnung geben die Vorzugsrichtung (Kapitel V.2.) für Variationen mit Perioden von 100 bis 300 s an.

auf Papierschreiber. In der Meßperiode 1968 konnten auf der östlichen Hälfte des Profils mit sieben Variographen der Fa. Askania jeweils die drei Komponenten des Magnetfeldes (auf Papierfilm, Geschwindigkeit 2 cm/h) registriert werden. Diese Messungen wurden nach den Methoden der Erdmagnetischen Tiefensondierung ausgewertet.

Die Meßstationen liegen auf einem Profil senkrecht zur Grabenachse, von der Molasse 30 km nördlich des Bodensees bis zum Tal der oberen Mosel in Frankreich ca. 20 km südlich Nancy. Die Lage der Stationen ist aus der geologischen Übersichtskarte der Abb.15 zu ersehen. Das Profil ist, wie bereits erwähnt, im mittleren Teil weitgehend identisch mit einem Profil, auf dem SCHEELKE (1972) magnetotellurische Messungen durchgeführt hat (Kap. VI.2.).

Die Meßdauer war an den Stationen, an denen das elektrische Feld gemessen wurde, etwa gleich eine bis zwei Wochen; gleichzeitig wurde jeweils an der Basisstation das magnetische registriert. An sechs Stationen wurde auch mit einer langsameren Filmgeschwindigkeit von 8 cm/h aufgezeichnet, um längere Perioden auswerten zu können (bis 25000 s). Entsprechend mußte dort jeweils etwa eine Woche länger registriert werden. Die Variographen, die die Messungen für die Erdmagnetische Tiefensondierung lieferten, waren durchschnittlich fünf Wochen in Betrieb.

VII.2. Ergebnisse der magnetotellurischen Messungen

Nach den in den Kapiteln IV. und V. beschriebenen Methoden wurden die Werte des scheinbaren spezifischen Widerstandes ρ_s und der Phasen zwischen elektrischem und magnetischem Feld als Funktion der Periode berechnet. Das Verfahren der Frequenz-Trennung, das auf diese Messungen angewandt wurde, war vorwiegend die Harmonische Analyse (Kap. IV.1.), die Wahl der Koordinaten-Systeme

erfolgte wie in V.4. beschrieben: elektrisches Feld parallel (in den folgenden Abbildungen wird die Signatur $\parallel$ verwendet) und senkrecht (Signatur $\perp$) zur Vorzugsrichtung, die beiden korrespondierenden Magnetfeld-Komponenten werden nach der Methode der maximalen Kohärenz gefunden. Auf den folgenden Seiten sind in Tabellenform die so berechneten ρ_s -Werte in Ohm·m und die Phasen in Grad für die 17 Meßstationen in Abhängigkeit von der Periode (in Sekunden auf der vertikalen Achse) angegeben. Ein Teil der Ergebnisse ist in den darauffolgenden Abbildungen in Diagrammen dargestellt, zusammen mit Interpretationen mit ein-dimensionalen Modellen nach CAGNIARD (III.1.2.1.) und SCHMUCKER (III.1.1.). Diese Meßstationen liegen in Gebieten, in denen solche erlaubt zu sein scheinen (auch auf Grund von anderen Ergebnissen, etwa der Vorzugsrichtungen (REITMAYR, 1972)).

Schon bei der Berechnung von diesen ein-dimensionalen Modellen (nach CAGNIARD) sind die Möglichkeiten, die Parameter der Leitfähigkeits-Tiefen-Funktion zu wählen sehr vielfältig. Wegen der Streuung der Meßwerte scheinen die Ergebnisse nicht eindeutig zu sein. Man kann oft doch ziemlich verschiedene Modelle finden, die alle die aus den Messungen gewonnenen Übertragungs-Funktionen mehr oder weniger gleich gut oder schlecht erklären. (Etwa in Abb. 17 links oben Modelle $\perp$ und $\perp$.) Um zu entscheiden, welches nun das eine ist, das am wenigsten von den wirklichen Verhältnissen in der Natur abweicht, bedarf es zunächst oft einer unwissenschaftlichen Methode, nämlich der des Glaubens. (Allerdings gibt es auch Verfahren, bei denen iterativ nach der Methode der kleinsten Abweichungs-Quadrat eine best mögliche Anpassung angestrebt wird (MUELLER, 1974).) Diese Verunsicherung kann aber nun abgebaut werden einmal durch die Tatsache, daß man für jede Station vier Übertragungs-Funktionen zur Verfügung hat: zwei ρ_s - und zwei Phasen-Kurven (jeweils parallel und senkrecht

zur Vorzugsrichtung), und zum anderen, wenn man noch mehrere nahe benachbarte Stationen berücksichtigt: der Modelltypus, der am häufigsten in der großen Menge der zur Interpretation dieser Übertragungs-Funktionen möglichen Modelle zu finden ist, repräsentiert mit der größten Wahrscheinlichkeit das eine Modell, das die wirklich existierenden Verhältnisse in der Natur am besten wiedergibt. In den beiden untersuchten Gebieten, in denen die Interpretation mit ein-dimensionalen Modellen überhaupt sinnvoll schien (etwa 45 km westlich und 120 km östlich des Grabens, in der Abb.13 mit Kreisen gekennzeichnet), zeichnet sich so sehr klar eine Leitfähigkeits-Tiefen-Funktion ab (Abb.18), die auch durch die Ergebnisse des $\rho^*(z^*)$ -Inversions-Verfahren nach SCHMUCKER (III.1.1.) bestätigt wird (Abb.20 und 21):

Unter einer Sedimentbedeckung, die von Ort zu Ort wechselt, liegt ein schlechter Leiter (Widerstand 10^3 bis $5 \cdot 10^3$ Ohm·m) bis in eine Tiefe von etwa 80 km (74 - 95 km). Die dort beginnende gutleitende Schicht (10 bis 10^2 Ohm·m) hat eine Mächtigkeit von etwa 20 km (14 - 25 km). Darunter liegt wieder schlechter leitendes Material (um 10^3 Ohm·m) bis in eine Tiefe von einigen hundert km, ehe die Leitfähigkeit wieder zunimmt, eventuell zunächst in Form eines Leitfähigkeits-Kanals.

Station	Tabelle 1:					
	15 s	25 s	35 s	50 s	70 s	100 s
20 BOL	21.4 0.3	80.4 14.9	129.7 44.6	155.9 52.4	215.5 135.7	218.3 165.0
24 IRR	- -	- -	- -	- -	- -	- -
25 GNA	- -	50.2 8.9	69.5 15.0	101.3 17.3	72.6 23.6	66.7 26.5
29 FIB	78.3 8.4	436.2 18.9	647.4 57.4	914.9 63.5	- -	1431.7 158.7
31 OEH	65.7 22.0	787.6 51.7	1431.3 81.1	2131.2 48.8	2412.4 67.9	3022.9 78.4
33 HÖH	- -	5345.4 180.9	6191.9 124.7	19645.7 104.3	20929.9 -	24863.1 98.3
34 EMU	0.6 -	190.3 90.1	424.8 48.1	518.4 125.3	1274.2 79.1	2231.5 28.9
36 WAL	286.3 9.3	222.5 93.7	121.5 88.4	238.4 99.2	459.0 85.3	463.1 153.8
37 GRA	- -	113.9 6.8	155.0 2.8	176.4 1.4	271.9 2.6	275.0 1.0
38 KAP	40.3 0.3	59.4 2.0	27.2 3.9	100.2 1.4	305.7 1.4	341.0 2.7
39 WIT	39.8 1.0	86.5 0.8	- -	97.9 0.3	130.2 0.2	148.9 0.5
40 DAM	5.9 0.1	33.2 0.9	87.3 1.2	86.8 0.2	93.5 0.1	142.5 0.3
41 BLI	- 14.9	3764.2 24.4	3194.6 133.4	5764.3 62.1	11948.4 43.3	- -
42 SAI	- -	1678.1 370.1	1458.4 657.1	1110.1 583.2	1266.9 563.6	907.2 728.7
43 SEN	151.7 25.7	- -	490.0 22.4	279.3 98.0	328.1 175.2	394.1 205.6
44 GLO	40.5 5.6	167.1 27.9	- 44.5	394.8 33.0	523.2 54.0	461.6 85.3

Scheinbarer spezifischer Widerstand ρ_s in Ohm.m. Oberer Wert: E-Feld-Komponente in Vorzugsrichtung, unterer: senkrecht dazu.

Station	Periode →					
	150 s	240	400	650	1100	1900 s
20	290.7 117.0	213.1 139.3	- 57.4	230.6 43.3	- 68.1	345.5 109.7
24	- -	- -	- -	- -	- -	267.9 22.3
25	111.4 27.8	88.1 19.7	82.0 25.7	130.9 38.3	314.8 39.6	- -
29	826.2 163.5	1127.0 -	1355.6 303.1	2999.5 196.4	3430.8 427.8	6651.2 117.5
31	3386.5 75.6	5401.9 -	944.2 46.9	958.2 44.6	- 82.5	1213.6 207.8
33	39190.7 92.8	21926.4 78.1	12465.0 67.1	13811.6 30.4	23589.1 15.5	- -
34	3177.1 35.6	3478.6 89.8	433.2 15.8	237.7 15.7	420.8 -	657.0 18.1
36	635.9 111.6	829.1 111.9	551.7 110.4	1994.6 31.2	54352.2 194.8	- -
37	512.2 2.4	537.1 2.7	734.0 4.1	888.3 4.3	664.5 7.2	- -
38	431.8 1.4	449.4 1.9	- 1.3	285.1 4.2	263.1 2.1	373.9 0.9
39	136.7 3.9	219.0 2.0	217.1 0.1	265.0 0.4	377.2 0.1	- 0.7
40	138.4 0.4	205.1 0.5	178.1 0.3	263.2 0.3	327.4 0.6	872.2 0.8
41	15209.1 57.8	30358.7 65.5	23901.7 -	40990.4 30.4	- -	- -
42	795.7 492.5	873.5 641.6	1176.6 564.8	896.5 354.8	925.5 236.6	679.3 230.6
43	768.4 182.0	431.7 118.2	730.1 128.6	419.3 146.9	798.4 81.9	- -
44	466.4 85.9	- 88.1	258.6 131.9	207.7 138.7	- -	- -

Tabelle 1 Fortsetzung

An sieben Stationen wurde mit einer langsameren Filmgeschwindigkeit von 8 cm/h das elektrische Feld registriert, sodaß auch noch längere Perioden ausgewertet werden konnten.

Tabelle 2: ρ_s - (erster Wert) und Phasen-Werte (zweiter) in Ohm·m bzw. Grad. Bei den oberen Werten ist wieder die E-Feld-Komponente in Vorzugsrichtung, bei den unteren jeweils senkrecht dazu.

Station								
20	198.8	56	183.1	79	-	-	-	-
	102.7	73	74.7	85	-	-	-	-
24	287.3	55	362.1	72	441.7	81	247.2	124
	42.2	58	34.4	81	47.6	113	8.0	165
31	1847.1	-	4520.4	-	-	-	-	-
	286.3	-	338.1	-	-	-	-	-
34	1714.2	83	2276.7	97	-	-	-	-
	28.5	75	29.8	98	-	-	-	-
38	442.5	56	567.3	70	-	-	-	-
	1.7	65	0.8	90	-	-	-	-
42	783.2	55	1135.3	75	981.5	100	1842.2	113
	125.2	71	194.4	89	-	76	394.8	152
45	-	48	-	-	-	-	-	-
	-	47	-	-	-	-	-	-
	3600 s		7500 s		15000 s		25000 s	

Station	s											
	15	25	35	50	70	100	150	240	400	650	1100	1900
20	81 -3	23 0	- -	23 11	11 17	24 34	23 31	18 31	- 36	28 -	35 61	56 86
24/ 25	- -	40 35	43 31	39 44	39 36	36 37	31 35	26 44	30 31	14 20	21 11	67 52
29	17 -	24 39	52 2	34 36	23 -	38 42	23 34	30 -2	29 -4	16 27	10 13	- 69
31	- -	27 11	30 15	23 39	26 28	22 8	32 34	29 -	- -	- -	- -	- -
33	- -	- -	127 127	80 -	67 12	65 81	42 70	31 114	17 15	13 7	0 9	- -
34	140 109	3 21	- 9	104 5	47 60	38 77	34 63	56 66	53 8	21 90	10 112	84 37
36	75 66	101 66	78 50	46 66	29 70	34 51	24 36	16 30	11 30	12 22	63 -3	- -
37	- -	101 127	94 159	86 72	60 95	58 63	35 84	29 22	24 29	13 60	- -	- -
38	- -	- -	2 58	17 51	11 62	21 45	19 39	10 13	-2 -26	-98 -12	-2 1	32 27
39	8 63	13 55	8 78	31 75	10 7	24 53	11 -	8 3	6 -1	0 9	- -	- -
40	28 16	24 66	20 69	22 69	- 13	31 60	15 26	12 45	9 55	4 23	- 11	- -
41	- 79	48 70	119 113	93 -	107 101	71 53	28 58	40 84	12 -2	- -18	42 -28	- -
42	74 44	70 39	72 41	70 41	65 42	52 35	42 31	31 37	21 42	15 17	-3 17	12 24
43	- -	- -	85 -	27 -	32 68	41 75	56 56	43 37	22 38	6 18	5 9	- -
44	133 69	46 34	69 30	40 55	50 41	58 46	53 45	22 38	31 20	21 23	- -	- -
45	- -	- -	- -	- -	- -	- -	- -	- -	- -	55 58	32 26	84 15

Tabelle 3: Werte der Phasen zwischen elektrischem und magnetischem Feld in Grad. Analoge Wiedergabe wie in Tabelle 1

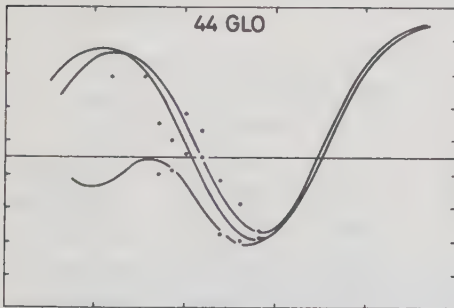
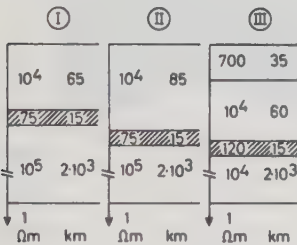
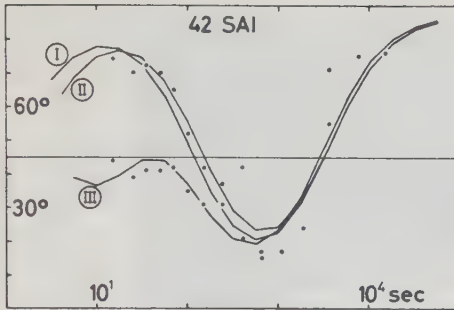


Abb.16: Phasen zwischen den gleichzeitigen Variationen des elektrischen und des magnetischen Feldes als Funktion der Periode an drei Stationen westlich des Rheingrabens. (in der Abb.13 mit einem Kreis gekennzeichnet). In den Diagrammen repräsentieren die Punkte Phasen-Werte, bei denen die E-Feld-Komponente parallel zur Vorzugsrichtung liegt, bei den offenen kleinen Kreisen wurde die Komponente senkrecht dazu verwendet. Die entsprechende Magnetfeld-Komponente wurde jeweils nach der Methode der "maximalen Kohärenz" bestimmt (Kap.V.2.). Die ausgezogenen Kurven sind die Ergebnisse von Modellrechnungen nach CAGNIARD (III.1.2.1.).

Die Modellparameter sind in der Mitte angegeben. Unrealistisch sind hierbei die hohen Widerstände bis in sehr große Tiefen von über 2000 km. Eine starke Abnahme des Widerstands in der Tiefe ist allerdings durch den steilen Anstieg der Phasen bei langen Perioden an der Station 42 (Saint Stail) belegt.

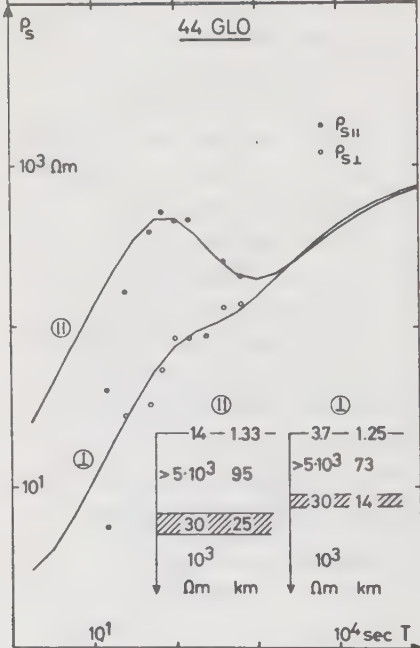
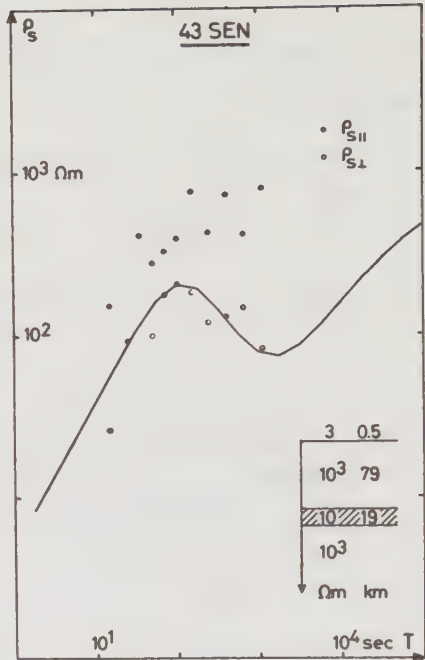
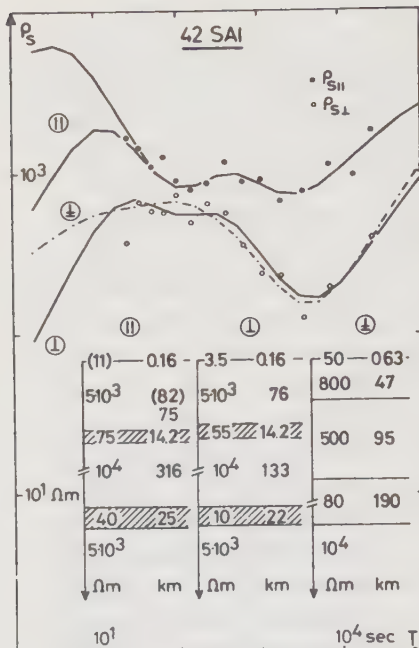


Abb.17: Entsprechende Darstellung wie in der Abb.16 für den scheinbaren spezifischen Widerstand. Es sind hier auch noch die Ergebnisse einer weitem Station, die zwischen den beiden anderen liegt, dargestellt. Fast allen Modellen gemein, auch denen, die zur Interpretation der Phasen berechnet wurden, ist die Existenz einer gut leitenden Schicht (10-100 Ωm) beginnend in einer Tiefe von 74 - 95 km und einer Mächtigkeit von 14 - 25 km.

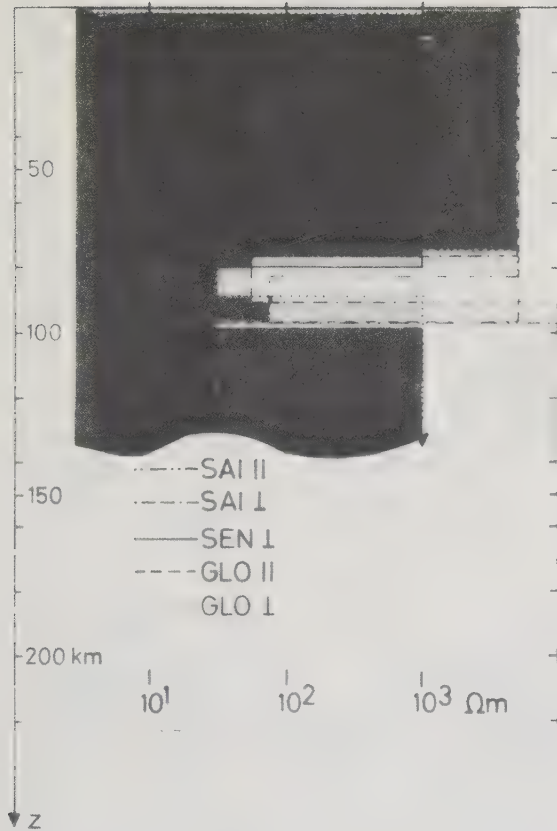


Abb.18: Widerstands-Tiefen-Funktionen verschiedener Modelle (Abb.17) übereinander gezeichnet. Die Schwärzung soll ein Maß für die Wahrscheinlichkeit sein, in einer bestimmten Tiefe (Ordinate, linear) einen bestimmten Widerstand (Abszisse, logarithmisch) vorzufinden.

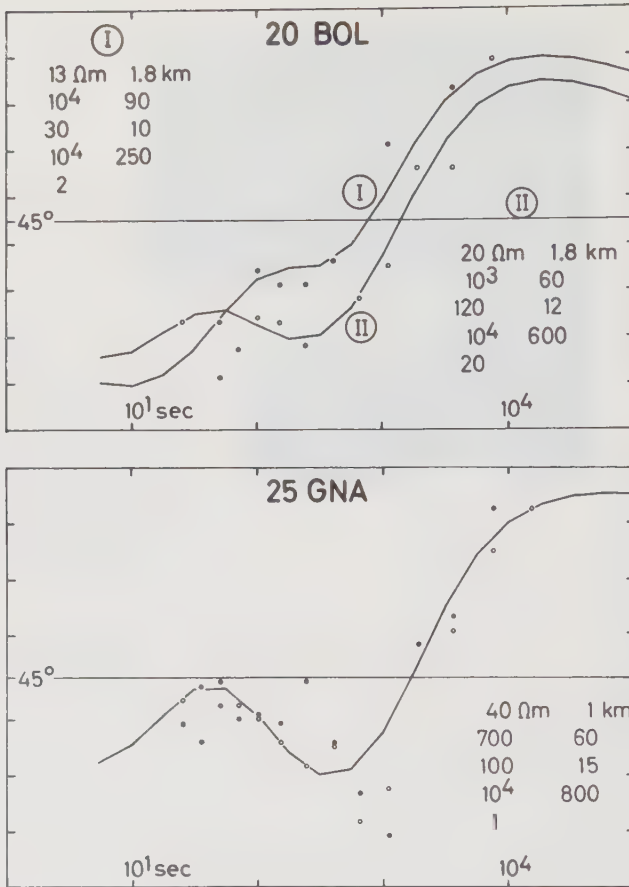


Abb.19: Phasen zwischen den gleichzeitigen Variationen des elektrischen und des magnetischen Feldes als Funktion der Periode an Stationen 100 bis 120 km östlich des Grabens (s.Abb.13) und Modellkurven nach der Methode von CAGNIARD. Die Modellparameter sind rechts unten bzw. links oben angeschrieben. Bei den Punkten liegt wieder (wie in Abb.16 und 17) die E-Feld-Komponente parallel zur Vorzugsrichtung, bei den kleinen Kreisen senkrecht dazu.

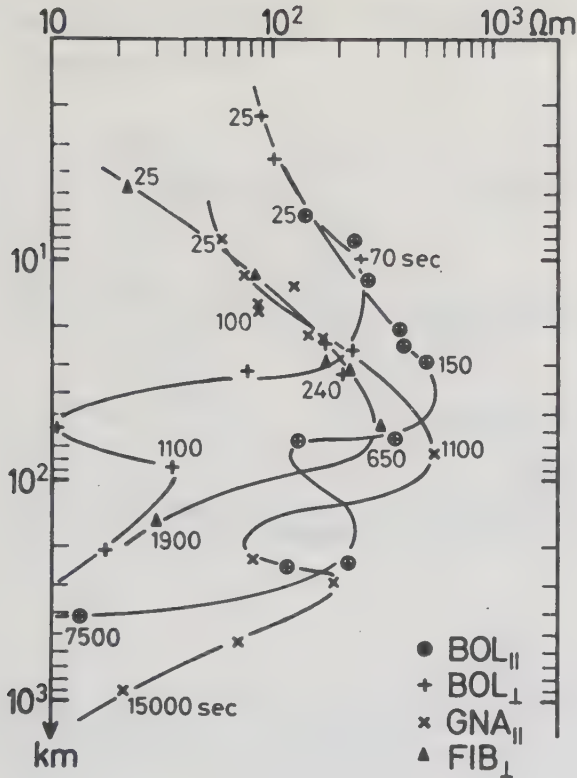


Abb.20: Modifizierte Widerstands-Tiefen-Funktionen nach einer Inversions-Methode, dem sog. $\rho^*(z^*)$ -Verfahren nach SCHMUCKER (Kap.III.1.1.), abgeleitet für Stationen 50 bis 120 km östlich des Rheingrabens (s.Abb.13 und15). Bei dieser Methode wird direkt und ohne Modell-Annahme (außer daß ein-dimensionale Leitfähigkeits-Verteilung und quasihomogene Anregung vorliegt) aus den ρ_s - und Phasen-Werten ein modifizierter Widerstand ρ^* und eine modifizierte Tiefe z^* berechnet mit jeweils festen Perioden (in der Abb. durch Zahlenwerte in s angegeben), die näherungsweise die wirkliche Widerstands-Tiefen-Funktion wiedergeben.

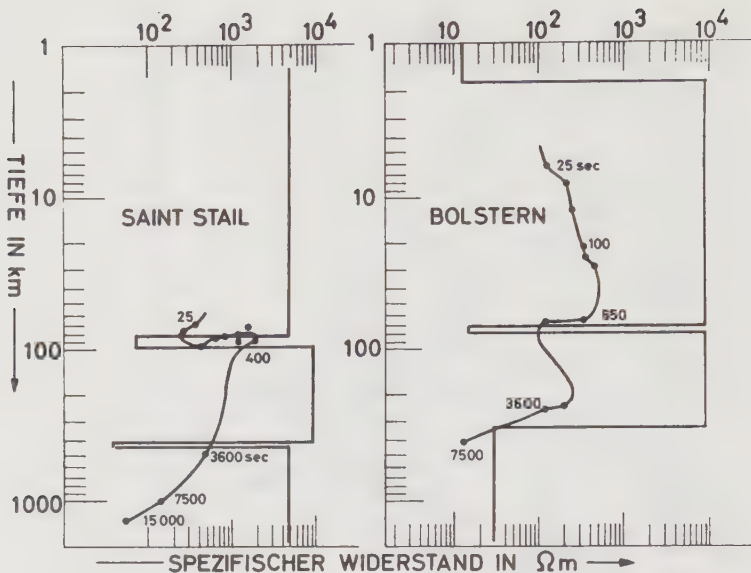


Abb.21: Widerstands-Tiefen-Funktionen an den Stationen 42 (Saint Stail), etwa 45 km westlich des Grabens, und 20 (Bolstern), etwa 120 km östlich davon (in der Abb.13 mit Kreisen gekennzeichnet; s.auch Abb.15). Die durch gerade, rechtwinkelig aneinanderstoßende Linien bestimmten Modelle sind aus den ρ_s -Werten nach CAGNIARD berechnet. (Das linke Modell ist identisch mit dem Modell II links oben in Abb.17.) Durch Kurvenzug verbundene Punkte geben Widerstands-Tiefen-Funktionen wieder, die nach dem $p^*(z^*)$ -Verfahren nach SCHMUCKER gefunden wurden (s.auch vorige Abb.20, die rechte Kurve ist auch dort gezeichnet).

VII.3. Ergebnisse der Methode der Erdmagnetischen Tiefensondierung

In den Abbildungen 22 bis 24 (und auch 7a) ist ein Teil der hier für die Analyse verwendeten Variationen in Form von Magnetogramm-Montagen gezeichnet. Zur Frequenz-Trennung wurden hauptsächlich die numerischen elementaren Filter verwendet (Kap.IV.2.), die Übertragungs-Funktionen wurden in Form der Induktions-Pfeile berechnet (Kap.V.5.). Diese sind in den Abbildungen 25 und 26 wiedergegeben, einmal berechnet aus der gesamten gemessenen und zum anderen aus der anomalen, nur durch den Rheingraben bedingten Vertikal-Komponente des Magnetfeldes, jeweils bezogen auf die normalen Horizontalfeld-Komponente. Als "normale" Basisstation wurde die am östlichen Profilende gelegene Station 20 (Bolstern, s.Abb.15) betrachtet, die 120 km vom Rheingraben entfernt wohl kaum mehr von dessen (anomaler) Induktions-Wirkung beeinflusst ist. Auf Grund der Erkenntnisse aus der Magnetotellurik und auch der Untersuchung der Vorzugsrichtungen (REITMAYR, 1972), scheint der Untergrund unter dieser Station näherungsweise die Bedingung der Ein-Dimensionalität zu erfüllen. Die Abtrennung der anomalen Vertikal-Komponente wurde, wie in Kap.V.5.2. beschrieben, jeweils nach der Filterung - unter Berücksichtigung von Phasen - durch punktweise Subtraktion des Momentanwertes der Z-Komponente an der Basisstation von dem entsprechenden an den anderen Stationen durchgeführt. Die anomale Z-Komponente an der Basisstation ist so definitionsgemäß Null. Wie aus den Abbildungen sehr deutlich wird, zeigen die Induktions-Pfeile, berechnet aus den gesamten Z-Variationen, in süd- bis südöstliche Richtungen, sie liegen also offensichtlich nicht senkrecht zur Grabenrichtung, die von der Oberfläche her gesehen etwa N 15° bis 25° E ist; auch sind 0°- und 90°-Pfeil keineswegs parallel zueinander, bzw. antiparallel, da sie aus zeichentechnischen

Gründen mit unterschiedlichen Vorzeichen definiert werden (Kap.V.5.1.), wie sie es im Fall von zwei-dimensionalen Strukturen sein müssen. Nach der Abtrennung eines großräumigen Anteils in den Variationen der Vertikal-Komponente des Magnetfeldes (dieser wird hier als normal bzw. nicht bedingt durch die Anomalie des Rheingrabens betrachtet) geben die Induktions-Pfeile, berechnet aus dem noch verbleibenden anomalen Anteil, die Streichrichtung und die Zwei-Dimensionalität der Struktur augenfällig viel besser wieder (außer vielleicht beim Intervall 4, Abb.25, s. die Bemerkung dort). Die beiden Induktions-Pfeile - 0° - und 90° -Pfeil - repräsentieren Real- und Imaginärteil der in der Erdmagnetischen Tiefensondierung relevanten Übertragungsfunktionen. Sie können aber auch dargestellt werden durch Betrag (Abb.27 und 28) und Phase. Die Beträge, gewonnen aus der anomalen Vertikal-Komponente, wurden dann in erster Linie verwendet für die Interpretation der Induktions-Anomalie des Rheingrabens durch Berechnung von zwei-dimensionalen Modellen (Kap.VII.4.).

MINUTEN
0,00 32,50 65,00 97,50 130,00 162,50 195,00 227,50 260,00

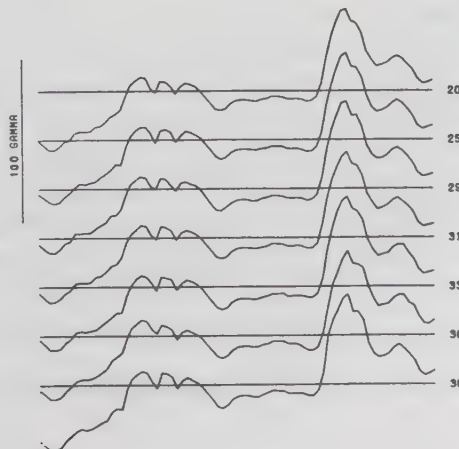
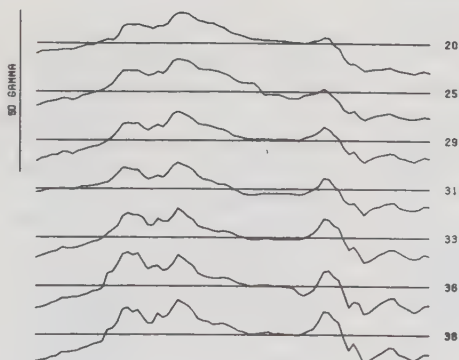
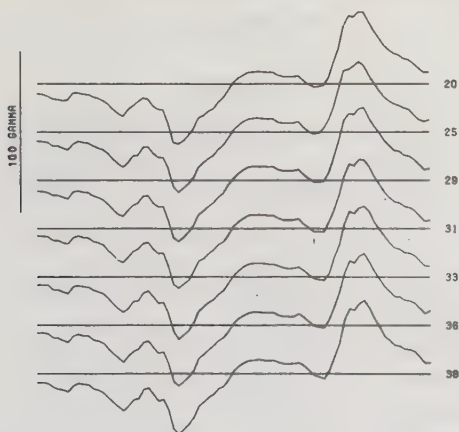


Abb.22: Intervall 1:

Montage der Variationen des erdelektrischen Feldes am 4.12.1968 von 14¹⁶ UT bis 20⁴⁶ UT.

Die Meßstationen liegen auf dem östlichen Halbprofil R II, Station 38 (Kappel) in der Mitte des Rheingrabens, Station 20 (Bolstern) etwa 120 km östlich davon (s.Abb.15). Die größten Amplituden wurden an der am Grabenrand gelegenen Station 36 (Walburg) registriert.

Oben: H-Komponente

Mitte: Z- "

Unten: D- "

MINUTEN
0.00 54.00 108.00 162.00 216.00 270.00 324.00 378.00 432.00 486.00 540.00

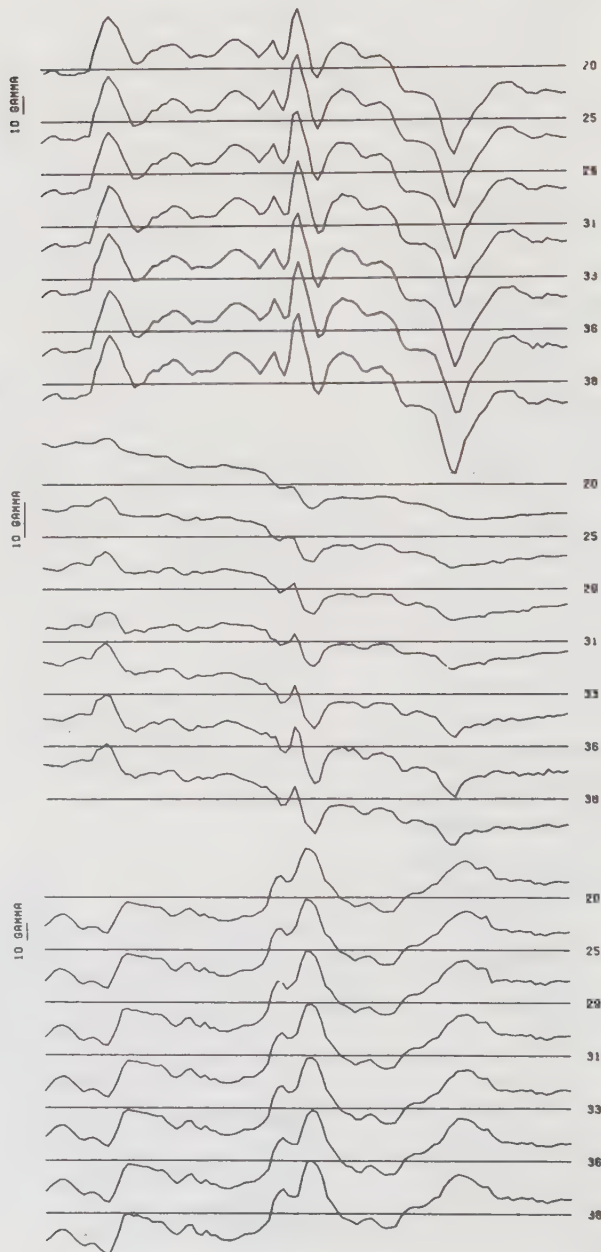


Abb.23:
Intervall 3:
Montage
der Vari-
ationen
des erdmag-
netischen
Feldes von
18⁰⁰ UT
am 3.12.
1968 bis
3⁰⁰ UT am
4.12.1968

Oben:

D-Kompo-
nente

Mitte:

Z- "

Unten:

H- "

(Die Meß-
stationen
sind die-
selben wie
in Abb.22.)

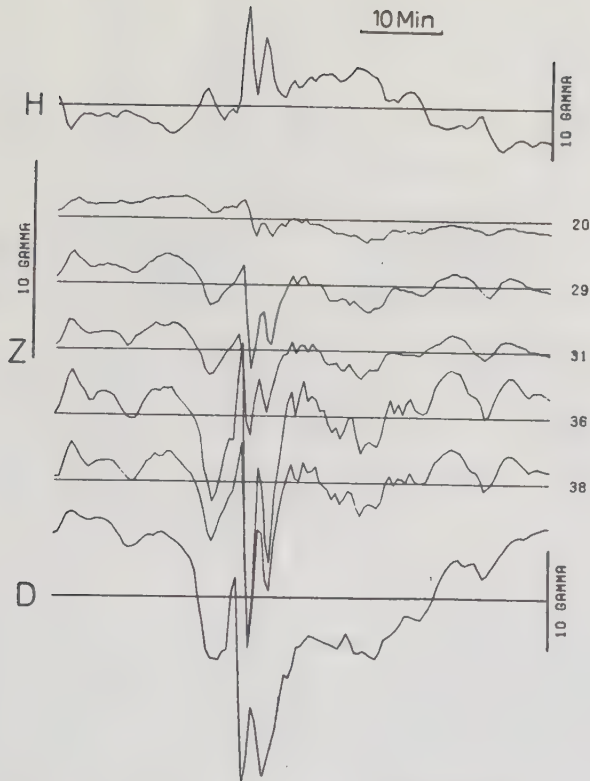


Abb.24: Montage von Variationen des erdmagnetischen Feldes am 25.12.1968 von 5³⁷ UT bis 6³⁷ UT. Oberste und unterste Spur H (NS)- bzw. D (EW)-Komponente an der Basisstation 20 (Bolstern), die übrigen Spuren Z (Vertikal)-Komponente an Stationen auf dem Profil R II (s.Abb.15). Die Perioden der gezeichneten Variationen liegen an der unteren Grenze dessen, was bei der Filmgeschwindigkeit von 2cm/h, mit der bei den verwendeten Geräten (Variographen) aufgezeichnet wird, noch ausgewertet werden kann. Die Länge dieses Intervalls ist also auf dem Originalfilm 2 cm.

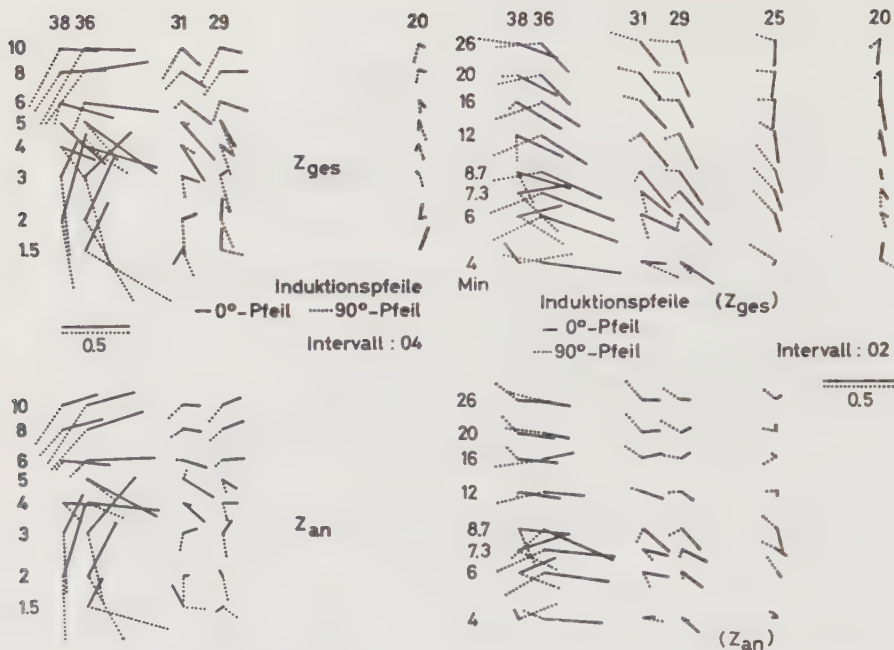


Abb.25: Induktions-Pfeile nach SCHMUCKER - ausgezogen 0°- und punktiert 90°-Pfeil an den Stationen auf dem Profil R II (oben von links nach rechts sind die Stations-Nummern vermerkt, s.Abb.15) in Abhängigkeit von der Periode (jeweils links von oben nach unten sind die Hauptperioden (in Minuten) der Durchlaß-Funktionen der auf die Variationen angewandten numerischen Filter angeschrieben, s.Kap. IV.2.). Die Induktions-Pfeile im oberen Teil wurden gewonnen aus der gesamten Vertikal-Komponente, die im unteren Teil aus der anomalen (s.Kap.V.5.2.) Komponente. Links wurde das Intervall Nr.4 (Abb.24), rechts Nr.2 (Abb.7a) analysiert. Das Intervall Nr.4 stammt aus einer Sturmphase, wie auch hier durch die starke Perioden-Abhängigkeit deutlich wird. Sicherlich können solche Variationen nur bedingt für Interpretationen von Leitfähigkeits-Anomalien im Erdinneren verwendet werden.

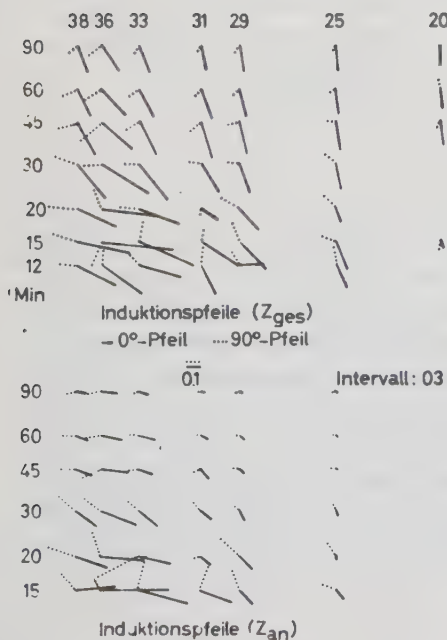
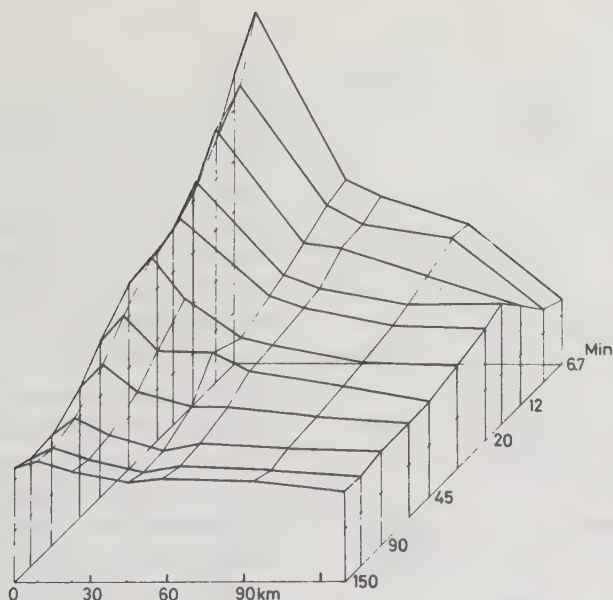


Abb.26: Oben: Länge der Induktions-Pfeile oder Beträge des Verhältnisses von Vertikal- (hier der gesamten) zu normaler (der Basisstation) Horizontal-Komponente in der Orts (links nach rechts)- Perioden (vorne nach hinten) - Ebene (s.auch Abb.27). Auf den Ordinaten sind die Werte im Abstand von 0.1 markiert. Unten: Induktions-Pfeile in ähnlicher Darstellung wie in Abb.15 für das Intervall Nr.3 (Abb.23).

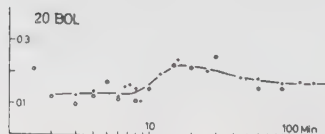
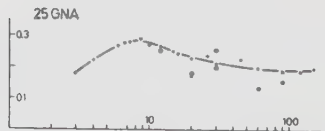
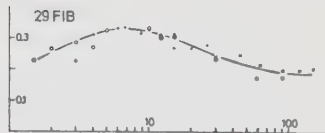
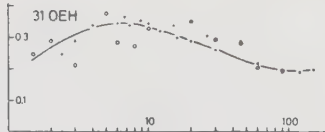
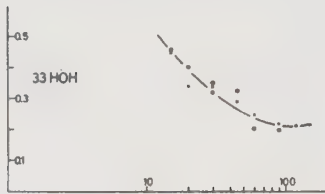
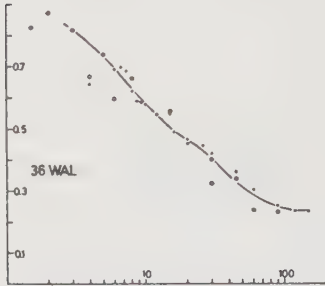
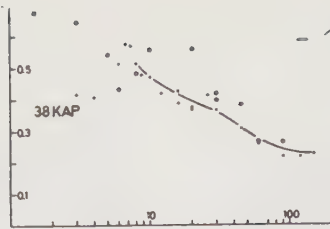


Abb.27: Länge der Induktions-Pfeile $\sqrt{|\vec{c}_u|^2 + |\vec{c}_v|^2}$, wenn $\vec{c}_u$ und $\vec{c}_v$ den 0° - bzw. den 90° -Pfeils bezeichnen (Kap.V.5.1., Gleichung (96)), an den sieben Stationen des Halbprofils R II (Abb.15) in Abhängigkeit von der Periode. Hier wurde die gesamte gemessene Vertikal-Komponente des Magnetfeldes auf die normale Horizontal-feld-Komponente der Basisstation 20 (Bolstern) bezogen. Die verschiedenen Signaturen, kennzeichnen Ergebnisse, die von verschiedenen analysierten Intervallen stammen.

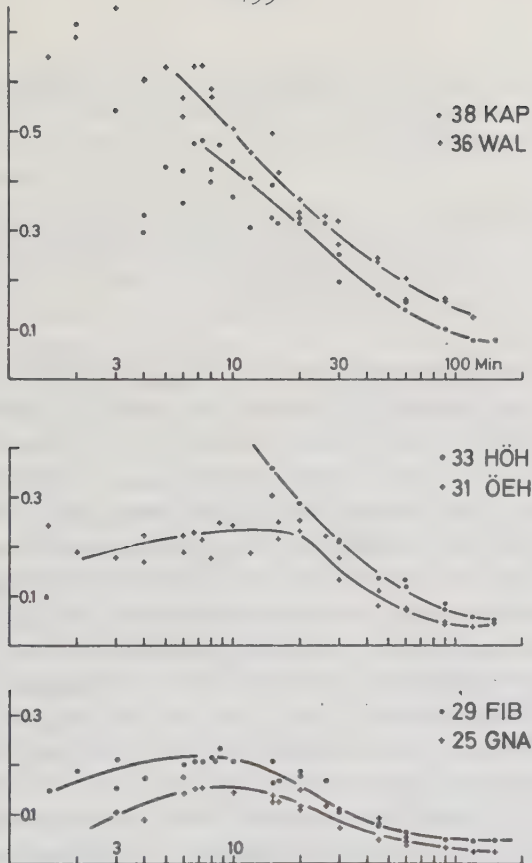


Abb.28: Länge der Induktions-Pfeile in Abhängigkeit von der Periode, berechnet aus der anormalen Vertikal-Komponente des Magnetfeldes bezogen auf die normale Horizontal-Komponente an der Basisstation 20. (An der Basisstation ist definitionsgemäß die anomale Vertikal-Komponente Null.) Die verschiedenen Signaturen dienen zur Unterscheidung der Stationen. Die hier gezeigten Ergebnisse wurden hauptsächlich verwendet bei der Suche nach Modellen, die die Rheingraben-Anomalie erklären können (Kap.VII.4.).

VII.4. Interpretationen mit zwei-dimensionalen Modellen

VII.4.1. Neue Probleme bei der Berücksichtigung einer "zweiten Dimension" in der Leitfähigkeits-Verteilung

Diese Vorbemerkungen sollen Erfahrungen bei der Rechnung mit zwei-dimensionalen Modellen deutlich werden lassen: Die zusätzliche Berücksichtigung einer "zweiten Dimension", d.h. der Annahme, nach der sich die Leitfähigkeit auch in einer der horizontalen Richtungen ändern darf, bringt zunächst nicht etwa nur eine Verdoppelung der Rechenzeiten, man muß in dieser Hinsicht mit vermutlich exponentieller (um nicht zu sagen explosionsartiger) Zunahme gefaßt sein, sowohl bei der Berechnung von nur einem Modell, als auch erst recht bei der Suche nach einem - z.B. für die "komplizierten" Verhältnisse des Rheingrabens - passenden Modell. Die Möglichkeiten der Wahl der Modellparameter - zum einen die geometrische Konfiguration und zum anderen die Leitfähigkeiten - sind, wenn auch nicht unbeschränkt, so anscheinend doch groß genug, um auch nach sehr vielen Versuchen und selbst bei gewissenhaftester Suche bei einem "Interpretierenden" das Gefühl zurück zu lassen, die letzte Sicherheit doch nicht gewonnen zu haben.*) Ein weiteres Problem besteht darin, daß, selbst wenn fehlerfreie Daten zur Verfügung ständen und daraus fehlerfreie Übertragungs-Funktionen für das gesamte Frequenz-Spektrum abgeleitet werden könnten, bisher niemand gezeigt hat, daß

*) "Was sind denn zuletzt die Wahrheiten des Menschen? - Es sind die unwiderlegbaren Irrtümer des Menschen." F. NIETZSCHE in: Die fröhliche Wissenschaft.

solch eine Induktions-Wirkung nur durch ein Leitfähigkeits-Modell bedingt sein muß. (Für das Problem der ein-dimensionalen Konfiguration konnte dies jedoch schon gezeigt werden (s.S. 22).

Eine weitere Erfahrung betrifft die anscheinend unterschiedliche Verwertbarkeit der Ergebnisse von beiden angewandten Methoden, die der Magnetotellurik und die der Erdmagnetischen Tiefensondierung. Für die Interpretation der Übertragungs-Funktionen mit zwei-dimensionalen Modellen ist im Falle der Magnetotellurik die Trennung der beiden entkoppelten Induktions-Vorgänge der E- und der H-Polarisation (III.2.1.) nötig - bei der Erdmagnetischen Tiefensondierung wird sowieso nur die erstere erfaßt. Es besteht die Vermutung, daß in der Praxis auf Grund von lokalen Störungen diese Trennung oft nur unzureichend gelingt. Genau genommen gibt es jeweils vier Übertragungs-Funktionen und man erkennt oft, daß die zwei Glieder in der Hauptdiagonalen des Impedanz-Tensors, der die Beziehungen zwischen elektrischem und magnetischem Feld beschreibt (s. Kap.V.2.), auch nicht näherungsweise verschwinden. Dies ist ein klarer Hinweis, daß die Bedingung der Zwei-Dimensionalität nicht nur unwesentlich verletzt ist. Wenn sich die Meßstationen auch nicht unmittelbar im oder am Graben befinden, kann man oft nur sehr schwer entscheiden, welche der Übertragungs-Funktionen die E- und welche die H-Polarisation beschreibt: der scheinbare spezifische Widerstand und die Phase, bei denen die E-Feld-Komponente parallel zur Vorzugsrichtung liegt, oder die entsprechenden, bei denen sie senkrecht dazu liegt. Trägt man dann die ρ_s - oder Phasen-Werte (Tabellen 1 bis 3, S.118-120) längs des Profils für jeweils feste Perioden auf, zeigen sich zum Teil große Schwankungen von Station zu Station, wie sie vor allem bei der E-Polarisation bei der Modellrechnung nicht erzeugt werden können. Für die nachfolgenden Interpretatio-

nen mit zwei-dimensionalen Modellen wurden daher in erster Linie die Ergebnisse der Erdmagnetischen Tiefenson-dierung verwendet und dabei wieder hauptsächlich die Be-träge der anomalen Vertikal-Komponente normiert durch die normale Horizontal-Komponente. Allerdings wurden die Mes-sungen hierfür nur an Stationen östlich der Grabenmitte durchgeführt. Die folgenden Aussagen für die westliche Grabenhälfte und das angrenzende Gebiet wurden somit zum Teil durch Extrapolationen und Analogieschlüsse ge-wonnen.

Die eben aufgezählten Schwierigkeiten waren und sind also viele. Trotzdem kann aber ein wohl weitgehend die Realität widerspiegelndes Bild von der Verteilung der elektrischen Leitfähigkeit unter dem Rheingraben entworfen werden in der Synthese von Erkenntnissen aus den Nachbar-Geowissenschaften, aus den Studien mit anderen geophysi-kalischen Methoden und solchen der gleichen Methoden in anderen Gebieten und anderer Autoren im selben Gebiet mit den eigenen Ergebnissen.

VII.4.2. Laterale Leitfähigkeits-Änderungen nur in der Deckschicht

In einer ersten Reihe von Rechnungen wurde der Versuch gemacht, die Übertragungs-Funktionen mit Modellen zu erklä-ren, bei denen laterale Änderungen der Leitfähigkeit nur in der Deckschicht existieren. Auch alle anderen Messun-gen der elektromagnetischen Felder im Rheingraben waren bisher bei nicht nur qualitativen Auswertungen mit Model-len höchstens dieser Kompliziertheit interpretiert worden (SCHEELKE, 1972; WINTER, 1973; s.Kap.VI.2.). Außerdem kann man mit dem einen der zwei zur Verfügung stehenden Rechen-programme, bei dem die Induktions-Wirkung einer dünnen,

lateral inhomogenen Schicht über ein-dimensionalem Substratum berechnet wird (nach SCHMUCKER, s.Kap.III.2.2.1.), nicht auch laterale Änderungen im tieferen Untergrund berücksichtigen. Diese Methode hat aber rechentechnisch große Vorteile gegenüber der zweiten - der Methode der endlichen Differenzen (Kap.III.2.2.2.); so benötigt ein Lauf des Rechenprogramms, bei dem die erstere Methode verwendet wird, eine um einen Faktor 5 bis 10 geringere Rechenzeit*). Für viele Probleme, gerade solche, bei denen die lateralen Änderungen in den Übertragungs-Funktionen durch die sich ändernde Sediment-Bedeckung verursacht wird - ein Effekt, der beim Rheingraben ohne Zweifel eine sehr große Rolle spielt, ist diese Version der "dünnen Schichten" sicherlich sehr geeignet (, sofern die "Dünnheit" in Relation zur Eindringtiefe, die wiederum eine Funktion von Leitfähigkeit und Periode ist, in hinreichender Weise gewährleistet ist; s. dazu Kap.III.2.2.1.).

Ausgegangen wurde von bekannten bzw. plausiblen Widerstandswerten für die erste Schicht an der Oberfläche. So konnten eigene Ergebnisse von Vier-Punkt-Gleichstrom-Sondierungen nach Schlumberger, die an einigen Meßstationen mit Auslagen bis 700 m (halber Elektroden-Abstand) durchgeführt worden waren, verwendet werden. Es scheint zwar, daß die bei der Gleichstrom-Geoelektrik erhaltenen Wider-

*) Welche gesamte Rechenzeit-Ersparnis dies bedeuten kann, wird klar, wenn man sich vergegenwärtigt, daß die Berechnung für ein Modell (etwa 60×40 Gitterpunkte, 200 Iterationen) und eine Periode nach der zweiten der genannten Methoden an der zur Verfügung stehenden Anlage des Leibniz-Rechenzentrums der Bayer. Akademie der Wissenschaften (Telefunken TR 440) etwa drei bis vier Minuten dauerte, und an die hundert Modelle für mindestens zwei bis drei Perioden berechnet wurden.

stands-Werte nicht direkt für die Verfahren, die sich der elektromagnetischen Induktion bedienen, verwendbar sind, wohl aber die Verhältnisse der Widerstände der einzelnen Gesteins-Einheiten. Im mittleren Teil des Profils, also im Graben und der nächsten Umgebung, wurde jedoch in erster Linie auf die von SCHEELKE (1972) angegebenen Werte zurückgegriffen - er hatte ja auf einem nahezu identischen Profil magnetotellurische Messungen durchgeführt (Abb.13). SCHEELKE wiederum hatte sich an den Ergebnissen anderer Untersuchungen orientiert, etwa denen über Sediment-Mächtigkeiten, wie sie aus Profil-Schnitten ersichtlich werden, und denen aus Widerstands-Messungen in Bohrlöchern (FLATHE, 1967; RÜLKE 1967).

Ergebnisse dieser Rechnungen, bei denen nur in der ersten Schicht laterale Änderungen zugelassen wurden, waren:

1. Die integrierte Leitfähigkeit, als die Größe, mit der sich die Verhältnisse in der ersten Schicht am besten beschreiben lassen, erreicht ihr Maximum in der westlichen Grabenhälfte mit 1500 Ohm^{-1} , das entspricht also bei einem Widerstand von $1 \text{ Ohm} \cdot \text{m}$ einer Sediment-Mächtigkeit von 1500 m. Die kompliziertere Struktur am östlichen Grabenrand wird durch stufenförmige Abnahme in der integrierten Leitfähigkeit von der Grabenmitte nach außen hin deutlich (s. Abb.29 und 30).
2. Die Amplituden der anomalen Vertikal-Komponente Z des Magnetfeldes, normiert mit der normalen Horizontalfeld-Komponente H oder - was eine äquivalente Größe ist - die Länge der Induktions-Pfeile im Graben und in der nächsten Umgebung, mit anderen Worten, Form und Höhe des Maximums am Grabenrand, können für alle Perioden nur dann gut erklärt werden, wenn im tieferen Untergrund eine gutleitende Schicht (ca. $30 \text{ Ohm} \cdot \text{m}$) erst ab 70 bis 80 km angenommen wird (Abb.29). Dies würde bedeuten, daß die Schicht, die sich auch sehr klar bei den Interpretationen der magnetotellurischen Messun-

gen in Gebieten in einiger Entfernung östlich und westlich des Grabens mit ein-dimensionalen Modellen ab einer Tiefe von ca. 80 km abgezeichnet hatte (Kap.VII.2.), auch unter dem Graben durchgehend vorhanden ist.

Legt man in den Modellen diese Schicht sehr viel höher, etwa in eine Tiefe von 25 bis 30 km, wie sie bei Arbeiten anderer Autoren (SCHEELKE und WINTER, s. Kap.VI.2.) angenommen worden war, sind die Amplituden in Z im Vergleich mit den Meßwerten viel zu klein (Abb.29). Eine gewisse Unsicherheit bei dieser Erkenntnis entstand durch die Tatsache, daß die Amplituden in Z sehr empfindlich reagieren auf Veränderungen der Leitfähigkeit gerade in dieser obersten Schicht; genau genommen kommt es auf die lateralen Gradienten bzw. Sprünge (je nach der Art, wie die Modellparameter im Rechenprogramm eingelesen werden) der Leitfähigkeit an. In der Abb.30 wird demonstriert welcher starken Einfluß selbst kleine Änderungen der integrierten Leitfähigkeit an nur einer Stelle in der Deckschicht hat. Gerade am östlichen Grabenrand ist, wie aus Studien der Geologie bekannt ist, nicht nur eine Hauptverwerfung vorhanden, das Gebiet ist in mehrere Schollen zerstückelt, was die Verhältnisse kompliziert und die Ergebnisse der Modellrechnung unsicher macht. So könnte man sicherlich zur Erklärung der beobachteten Übertragungs-Funktionen in den Modellen den guten Leiter etwas weiter nach oben verlegen, wenn man an der ersten Schicht geeignete Veränderungen anbringt, trotzdem schien es nach allen Versuchen mit etwa plausiblen Widerstands-Werten für die Deckschicht wie im Modell der Abb.29 wenig Gründe zu geben, daß die Tiefe der gutleitenden Schicht mit einer Mächtigkeit von ca. 20 km nicht etwa gleich 70 bis 80 km ist.

3. Durch laterale Variation der Leitfähigkeit allein in der Deckschicht an der Erdoberfläche können die relativ großen Amplituden von Z auch noch in größerer Entfernung vom Graben nicht erklärt werden (Abb.29), zumindest wenn man dort

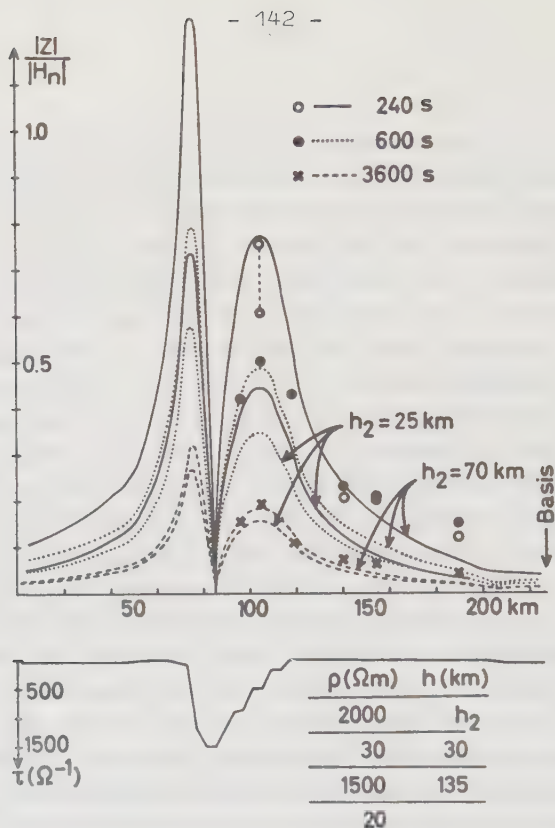


Abb.29: Versuch, die aus den Messungen bestimmten Übertragungs-Funktionen (Punkte und Kreuze; es sind die Werte für die Länge des Induktions-Pfeils aus Abb.28) mit Modellen zu erklären, bei denen laterale Variationen der Leitfähigkeit nur in der Deckschicht existieren (durchgezogenen Kurven) (Methode nach SCHMUCKER, Kap.III.2.2.1.). Die bei den Modellen angenommene integrierte Leitfähigkeit τ der ersten Schicht längs des Profils ist unten gezeichnet, und zwar positiv nach unten; sie gibt so gleichsam die Mächtigkeiten der Sedimente wieder (unter der Voraussetzung, daß diese überall die gleiche Leitfähigkeit haben). Rechts unten sind die Modellparameter des tieferen Untergrundes ab der 2. Schicht angegeben. (Die Dicke der dünnen Deckschicht geht in der Strichdicke unter.) Die Meßwerte ... (Forts. nächste S.)

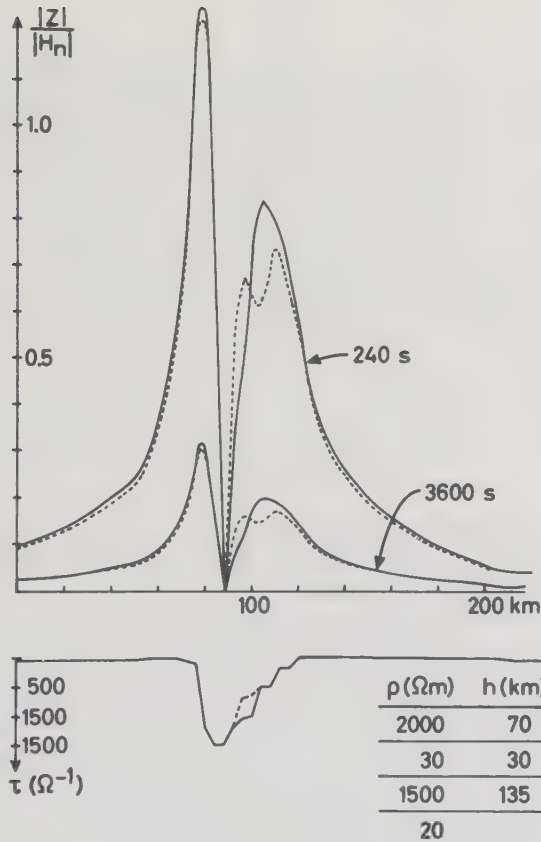


Abb.30: Auswirkung von nur geringfügigen Änderungen bei der integrierten Leitfähigkeit τ der Deckschicht auf die (normierten) Amplituden der vertikalen Magnetfeld-Komponente Z für zwei Perioden. Ähnliche Darstellung wie in Abb.29.

Forts. Abb.29: ... am Grabenrand stimmen nur dann halbwegs gut mit den Modellkurven überein, wenn ein guter Leiter ($30 \Omega m$) erst in einer Tiefe von 70 km angenommen wird. Offensichtlich nicht erklärt werden können die relativ hohen Werte auch noch in größerer Entfernung vom Graben durch Variation der Leitfähigkeit in der Deckschicht allein.

nicht ganz unrealistische Leitfähigkeits-Strukturen annimmt. Die relativ langsame Abnahme im Verlauf dieser Übertragungs-Funktionen bei Entfernung vom Graben längs des Profils und vor allem auch die Art der Abhängigkeit dieses Effekts von der Periode ist mit großer Wahrscheinlichkeit nicht allein durch die wechselnde Mächtigkeit der Sedimente und deren unterschiedliche Leitfähigkeiten zu erklären, sondern muß wohl auch zum Teil ihre Ursache im tieferen Untergrund haben.

VII.4.3. Laterale Leitfähigkeits-Änderungen auch im tiefern Untergrund

Eine Vergrößerung der Amplituden der Vertikal-Komponente Z des Magnetfeldes kann man erreichen, indem man in die Modelle zusätzlich - wie eben schon erwähnt - laterale Leitfähigkeits-Kontraste einbaut; bei unserem Problem müssen wir anscheinend solche auch im tiefern Untergrund annehmen, wie aus im vorigen Kapitel beschriebenen Ergebnissen zu erkennen ist. Zum Beispiel kann man in den oben beschriebenen Modellen unter dem Graben eine zusätzliche, gut leitende Zone zwischen Erdoberfläche und der Schicht in 80 km Tiefe einfügen, etwa in einer Tiefe zwischen 25 und 45 km (Abb.31). Ihre seitliche Begrenzung, die nach den Ergebnissen der magnetotellurischen Messungen nur wenige zehner km von den Grabenrändern entfernt liegen kann, erzeugt an diesen Stellen zusätzliche Verstärkung in Z , durch die mit der Addition der durch die Sedimente im Graben erzeugte Anomalie die beobachtete geringere Abnahme der Amplituden in Z mit wachsender Entfernung der Stationen vom Graben gut erklärt werden kann. Die wirkliche Tiefenlage des Körpers mit guter Leitfähigkeit kann nicht sehr viel von dem angenommenen Wert, also zwischen 25 und 45 km, abweichen, dies folgt jedenfalls aus der Abhängig-

keit des beschriebenen Effekts von der Periode.

Diese Annahme einer guten Leitfähigkeit in relativ geringer Tiefe unter dem Rheingraben hat nun zwar bei den Rechnungen die Wirkung, daß die Z-Amplituden und vor allem die Maxima an den Grabenrändern kleiner werden im Vergleich zu Modellen, wo diese fehlt - was auch schon im vorigen Kapitel VII.4.2. beschrieben wurde. Die relativ geringe laterale Erstreckung des Körpers scheint dies jedoch zum Teil zu verhindern. Da auch die Leitfähigkeit anscheinend etwas weniger gut ist als in der tiefer liegenden Schicht bei 80 km (50 anstatt 25 Ohm-m), waren trotzdem keine sehr großen Veränderungen der Leitfähigkeiten in der Deckschicht gegenüber den früheren Modellen zur Erklärung der hohen Z-Maxima am Grabenrand notwendig.

Die genaue Geometrie des Körpers ist nur sehr schwer zu berechnen, da, wie leicht verständlich und wiederholt gesagt, die Wirkung von lateralen Änderungen der Leitfähigkeit an der Oberfläche um so weniger bemerkbar machen, je tiefer diese liegen. So verlief der Versuch, zu entscheiden, ob die ursprünglich gefundene Schicht in 80 km auch unter der Anomalie in relativ geringer Tiefe unter dem Rheingraben durchgehend vorhanden ist, ob sie dort unterbrochen ist, oder ob eventuell eine Verbindung zwischen beiden Gebieten erhöhter Leitfähigkeit besteht, nicht sehr positiv (Abb.32). Die Änderungen der Übertragungsfunktionen sind bei entsprechender Änderung der Modelle zu gering, um hier eine Entscheidung fällen zu können. Durch Messungen an zusätzlichen Stationen könnte wahrscheinlich die Sicherheit in dieser Hinsicht erhöht werden.

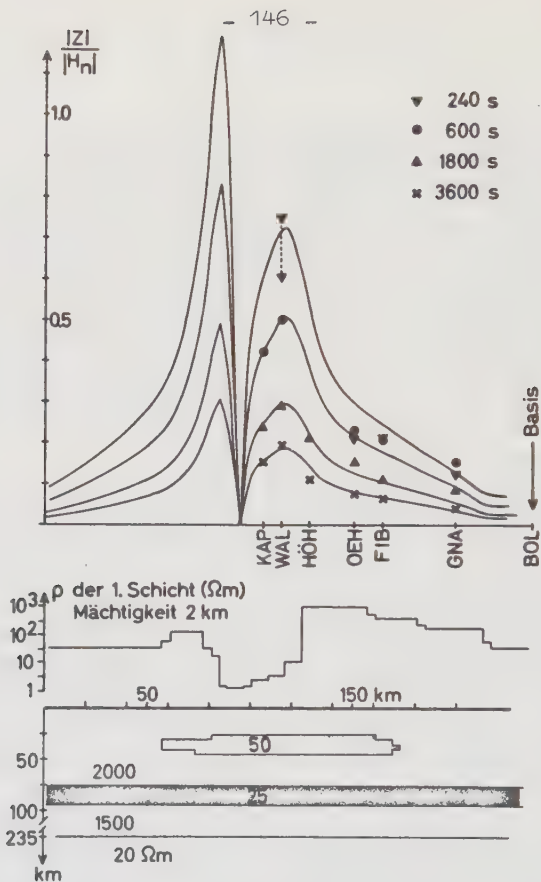


Abb.31: Länge des Induktions-Pfeils (anomalies Z bezogen auf normales H) abgeleitet aus Messungen (s. Abb.28) und ihre Erklärung durch ein zwei-dimensionales Modell (Methode der endlichen Differenzen, Kap.III.2.2.2.). Unten sind die Modellparameter angegeben: spezifischer Widerstand in der ersten Schicht (mit der Mächtigkeit 2 km) längs des Profils, darunter das Modell des tieferen Untergrunds. Es müssen zwei gutleitende Zonen angenommen werden: eine seitlich begrenzte zwischen 25 und 45 km unter dem Rheingraben mit 50 Ohm·m und eine durchgehende zwischen 75 und 95 km Tiefe mit 25 Ohm·m.

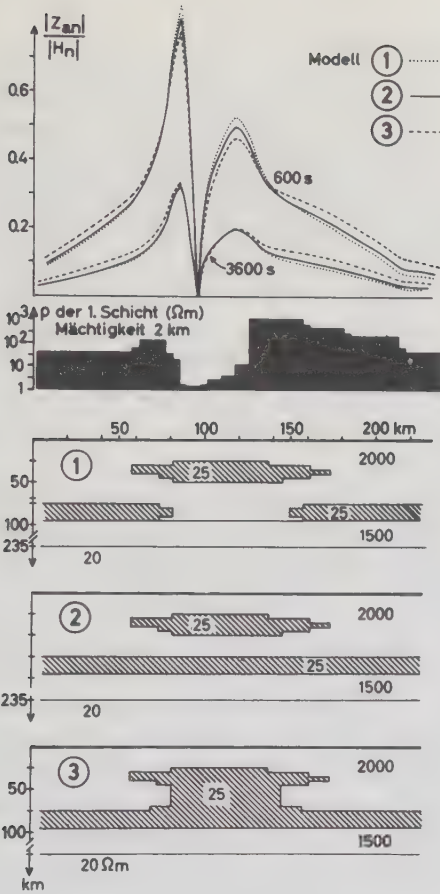


Abb.32: Wirkung von Änderungen der Leitfähigkeit nur im tieferen Untergrund bei zwei-dimensionalen Modellen auf die Länge des Induktions-Pfeils (dargestellt für zwei Perioden). Die Frage nach der genauen Geometrie von den sehr wahrscheinlich existierenden gutleitenden Zonen im oberen Erdmantel bzw. im Grenzbereich zwischen Kruste und Mantel kann mit den bisherigen Messungen und Auswertungen nur schwerlich beantwortet werden.

Zusammenfassung

Die Methoden der Magnetotellurik und der Erdmagnetischen Tiefensondierung und deren Anwendung sind Gegenstand der vorliegenden Arbeit. Bei beiden Methoden wird die elektromagnetische Induktion genutzt. Ziel ist es dabei, die Verteilung der elektrischen Leitfähigkeit im Erdinneren aus den Messungen der Variationen des erdelektrischen und des erdmagnetischen Feldes an der Erdoberfläche abzuleiten. Objekt der Untersuchungen ist der Rheingraben und seine Umgebung. Die Meßstationen lagen auf einem Profil senkrecht zur Grabenachse.

Bei der Methode der Magnetotellurik untersucht man den Zusammenhang zwischen den Horizontal-Komponenten von elektrischem und magnetischem Feld in Abhängigkeit von der Periode der Variationen. Interpretationen sind auch ohne Leitfähigkeits-Änderungen in lateraler Richtung möglich. Bei der Methode der Erdmagnetischen Tiefensondierung nutzt man die Relationen zwischen vertikaler und den horizontalen Komponenten des magnetischen Feldes aus. Dabei müssen Änderungen der Leitfähigkeit in lateraler Richtung im Erdinneren existieren, um die Methode, wie sie hier benutzt wurde, anwenden zu können: nur dann ist nämlich bei Induktion durch äußere horizontale Magnetfelder (, die in mittleren Breiten als weitgehend homogen angenommen werden können,) auch eine Vertikal-Komponente zu beobachten. Messungen in Gebieten, in denen Änderungen der Leitfähigkeit im Untergrund in beiden horizontalen Richtungen vorhanden sind, können bei den heute zur Verfügung stehenden Kenntnissen erst in Ansätzen auch quantitativ interpretiert werden. Es scheint auch aus Gründen des immensen Rechenaufwandes, daß Auswertungen mit Hilfe von dreidimensionalen Modellen kaum große Bedeutung gewinnen werden. Sozusagen die größte Kompliziertheit, die gegenwärtig

tig ein Objekt für Studien der elektromagnetischen Induktion quantitativer Art haben darf, ist die einer zweidimensionalen Leitfähigkeits-Struktur, d.h. die Leitfähigkeit kann Funktion sein von zwei Koordinaten - in vertikaler und einer der horizontalen Richtungen - in der zweiten horizontalen Richtung ändert sie sich nicht. Ein Musterbeispiel solch einer Struktur ist die eines Grabens, z.B. des Rheingrabens.

Die Arbeit besteht aus drei Teilen:

Im Teil A wird die Theorie der elektromagnetischen Induktion behandelt. Ausgehend von den, das physikalische Geschehen beschreibenden fundamentalen Differential-Gleichungen werden - nach einem Einschub über globale Studien - die für geophysikalische Erfordernisse relevanten Probleme formuliert; in einem ersten Kapitel (III.1.) wird die Induktion durch äußere Magnetfelder mit höchstens zweidimensionaler Konfiguration bei Abwesenheit von lateralen Inhomogenitäten in der Leitfähigkeit im Untergrund behandelt, in einem zweiten (III.2.) wird die "Zwei-Dimensionalität" im Untergrund zugelassen, während die anregenden Magnetfelder des Außenraums quasihomogen sind. Größeren Raum nehmen dabei die Abschnitte ein über die Berechnung der die Induktion in vorgegebenen Leitfähigkeits-Modellen beschreibenden Funktionen, der sogenannten Übertragungsfunktionen, in Abhängigkeit von der Periode der Feldschwankungen - sie werden dabei als zeitlich harmonisch betrachtet. Beschrieben werden folgende Methoden:

- i) Eine Inversions-Methode, das sogenannte $\rho^*(z^*)$ -Verfahren von SCHMUCKER, bei der unter der Voraussetzung ein-dimensionaler Verhältnisse näherungsweise direkt aus den Meßwerten eine wahre Leitfähigkeits-Tiefen-Funktion berechnet wird (III.1.).
- ii) Induktion durch quasihomogene Felder in ein-dimensionalem Substratum nach CAGNIARD in einer Formulierung, die auf BERDICHEVSKY & BRUNELLI zurückgeht (III.1.2.1.).

- iii) Eine Erweiterung voriger Methode, bei der auch Induktion durch inhomogene Felder erlaubt ist (III.1.2.2.).
- iv) Induktion durch quasihomogene Felder in einem Substratum mit ein-dimensionaler Leitfähigkeits-Struktur, über dem eine dünne, in einer der horizontalen Richtungen sich (hinsichtlich der Leitfähigkeit) ändernden Schicht lagert, nach SCHMUCKER, der dabei Vorschläge von PRICE weiterentwickelte (III.2.2.1.).
- v) Induktion durch quasihomogene Felder in Leitfähigkeits-Modellen beliebiger, zwei-dimensionalen Konfiguration, berechnet mit der Methode der "endlichen Differenzen" nach HAAK, der auf den Arbeiten von JONES et al. aufbaut (III.2.2.2.).

In einem zweiten Teil B wird ein ganz anderer Problemkreis, gleichsam eine zweite Ebene für die Auswertung, angesprochen: Die Verarbeitung der im Gelände erfolgten Registrierungen der elektromagnetischen Felder. Dabei wird ebenfalls wie oben die Berechnung der Übertragungs-Funktionen angestrebt, in diesem Fall aber der Funktionen, die die Induktion im Untergrund des studierten Gebietes, wie er in der Natur tatsächlich existiert, beschreiben. Zuerst werden drei Möglichkeiten der Frequenz-Analyse der zeitlichen Variationen aufgezeigt (IV.), sodann die statistischen Methoden der Datenreduktion beschrieben (V.), die schließlich zu den Übertragungs-Funktionen als Funktion der Periode in Form des scheinbaren spezifischen Widerstandes und der Phasen zwischen den Horizontal-Komponenten von elektrischem und magnetischem Feld führen im Falle der Magnetotellurik (V.4.) und zu den Induktions-Pfeilen - eines 0° -Pfeils als Realteil und eines 90° -Pfeils als Imaginärteil - im Falle der Erdmagnetischen Tiefensondierung (V.5.).

Im dritten Teil C endlich wird die Synthese aus beiden vorhergehenden Teilen vollzogen am Beispiel der Registrierungen aus dem Rheingraben-Gebiet: Die Übertra-

gungsfunktionen abgeleitet aus den Messungen werden verglichen mit denen, die an Modell-Strukturen berechnet wurden. Die Parameter der Modelle werden so lange verändert, bis beim Vergleich dieser beiden Funktionen die Übereinstimmung jeweils hinreichend gut ist. Das oder die so gefundenen Modelle können als diejenigen betrachtet werden, die die wirklichen, in der Natur existierenden Verhältnisse am besten annähern. Nach einem Kapitel (VI.) über bisherige Ergebnisse geowissenschaftlicher Studien im Zusammenhang mit dem Rheingraben werden die aus den eigenen Arbeiten gewonnenen Erkenntnisse über die Strukturen der Leitfähigkeit im Erdinneren im Gebiet des Rheingrabens dargestellt (VII.):

Die integrierte Leitfähigkeit der obersten Schicht längs des vermessenen Profils erreicht in der westlichen Grabenhälfte ihr Maximum mit 1500 Ohm^{-1} . (Dies entspricht bei einem spezifischen Widerstand von $1 \text{ Ohm} \cdot \text{m}$ einer Sedimentmächtigkeit von 1.5 km .) Das darunterliegende Kristallin mit Widerständen $\geq 1000 \text{ Ohm} \cdot \text{m}$ wird westlich des Grabens in mindestens 50 km Entfernung und östlich in mindestens 100 km erst in einer Tiefe von etwa 80 km von einer Schicht viel geringeren Widerstands um $30 \text{ Ohm} \cdot \text{m}$ mit der Mächtigkeit von ca. 20 km unterbrochen. Das wieder schlechter leitende Material darunter (ca. $1000 \text{ Ohm} \cdot \text{m}$) reicht in eine Tiefe von einigen hundert km, ehe die Widerstände wieder abnehmen, eventuell nochmals in Form eines Leitfähigkeits-"Kanals". Direkt unter dem Rheingraben jedoch ist ein so geringer Widerstand von der Größenordnung, wie er in diesen "normalen" Gebieten erst in 80 km wahrscheinlich ist, schon in einer Tiefe von etwa 25 km anzutreffen. Die seitliche Begrenzung dieser gut leitenden Zone in relativ geringer Tiefe kann nicht mehr als nur wenige zehner km von den Grabenrändern entfernt liegen.

Literatur

- ANGENHEISTER, G., A. BERKTOLD, K.-P. SENGPIEL: Die zeitlichen Variationen des erdelektrischen Feldes, beobachtet längs eines NS-Profiles vom Kristallin des Bayerischen Waldes durch das Alpenvorland bis zum Nordrand der Alpen. Bayer.Akad.d.Wiss., Math.-Naturw.Kl., Sonderdruck 7, 1965.
- ANSORGE, J., D. EMTER, K. FUCHS, J.P. LAUER, St. MUELLER and E. PETERSCHMITT: Structure of the Crust and Upper Mantle in the Rift System around the Rhinegraben. In: RG 2 (s.u.), 190-197, 1970.
- BACKUS, G. and F. GILBERT: Numerical Application of a Formalism of Geophysical Inverse Problem. Geophys.J. 13, 247-276, 1967.
- BACKUS, G. and F. GILBERT: The Resolving Power of Gross Earth Data. Geophys.J. 16, 169-205, 1968.
- BAILEY, R.C.: Inversion of the geomagnetic induction problem. Proc.Roy.Soc.London 315, 185-194, 1970.
- BAILEY, R.C.: Global Geomagnetic Sounding - Methods and Results. Phys.Earth Planet.Inter. 7, 234-244, 1973.
- BANKS, R.J.: Geomagnetic variations and the electric conductivity of the upper mantle. Geophys.J. 17, 457-487, 1969.
- BANKS, R.J.: The overall conductivity distribution of the earth. J.Geomagn.Geoelec. 24, 1972.
- BERDICHEVSKY, M.N. and B.E. BRUNELLI: Theoretical Premises of Magneto-Telluric Profiling. Bulletin (Izvestiya), 757-762, 1959.
- BERDICHEVSKY, M.N., L.L. VAN'YAN, I.S. FEL'DMAN, G. PORSTENDORFER: Conducting Layers in the Earth's Crust and Upper Mantle. Gerl.Beitr.Geophys. 71, 187-196, 1972.
- BERKTOLD, A.: Tiefensondierung mit Hilfe der Variationen des erdmagnetischen und erdelektrischen Feldes längs eines Profils vom Oberpfälzer Wald durch das nördliche Alpenvorland bis zu den Kitzbüheler Alpen. Diss.Naturwiss.Fak.Univ.München, 1969.
- BLACKMAN, R.B. and J.W. TUKEY: The Measurement of Power Spectra. Dover New York, 1959.

- BRONSTEIN, I.N. und K.A. SEMENDJAJEW: Taschenbuch der Mathematik. Verl.H.Deutsch Zürich u. Frankfurt, 1967.
- CAGNIARD, L.: Basic Theory of the Magnetotelluric Method. Geophysics 18, 605-635, 1953.
- CHAPMAN, S. and J. BARTELS: Geomagnetism. Oxford Univ. Press London, 1940.
- COGGON, J.H.: Electromagnetic and Electrical Modelling by the Finite Element Method. Geophysics 36, 132-155, 1971.
- FLATHE, H.: The Determination of the Electrical Resistivity of the Crust within the Region of the Rheingraben. In: RG 1 (s.u.), 96-97, 1967.
- FOURNIER, H.: Proposition d'une méthode pour déterminer la structure du premier millier de kilomètres de la terre d'après la résistivité apparente. Acta Geophys. Polonica 16, 215-248, 1968.
- FOURNIER, H.: Contribution au développement de la méthode magnétotellurique, notamment au vue de la détermination des structures profondes. These Univ.Paris, 1970.
- FOURNIER, H., A. ADÁM, L. DE MIGUEL, E. SANCLEMENT: Proposal for a first upper mantle magnetotelluric E-W profile across Europe. Acta Geodaet.Geophys.Mont.Hung. 6, 419-477, 1971.
- FUCHS, K.: Geophysical Contributions to Taphrogenesis. In: RG 3 (s.u.), 420-432, 1974.
- GREINWALD, S.: Ein Gerät zur Registrierung von Variationen des erdmagnetischen und erdelektrischen Feldes und die Bearbeitung der damit gewonnenen Meßwerte, demonstriert an zwei Stationen aus der Afarsenke. Diss.Naturwiss.Fak.Univ.München, 1972.
- HAAK, V.: Beschreibung und Anwendung von Verfahren zur Auswertung von Registrierungen des induzierten erdelektrischen Feldes längs eines Profils durch die Westhälfte des Rheingrabens. Dipl.Arb.Inst.f.Angew.Geophysik Univ. München, 1968.
- HAAK, V.: Das zeitlich sich ändernde, erdelektrische Feld, beobachtet auf einem Profil über den Rheingraben; eine hiervon abgeleitete Methode der Auswertung mit dem Ziel die elektrische Leitfähigkeit im Untergrund zu bestimmen. Diss.Naturwiss.Fak.Univ.München, 1970.

- HAAK, V.: Magnetotellurik: Bestimmung der Übertragungsfunktionen in Gebieten mit lateraler Änderung der elektrischen Leitfähigkeit. Z.Geophys. 38, 85-102, 1972.
- HAAK, V.: Berechnung von induzierten elektrischen und magnetischen Feldern in Modellen mit zwei-dimensional verteilter Leitfähigkeit. In: TS 6 (s.u.), 1974.
- HAAK, V. and G. REITMAYR: The Distribution of Electrical Resistivity in the Rhinegraben Area as Determined by Telluric and Magnetotelluric Methods. In: RG 3, 366-369, 1974.
- HAAK, V., K.-P. SENGPIEL, A. BERKTOLD, S. GREINWALD: The Telluric Method: Results of Measurements along a Profile across the Rhinegraben between Stuttgart and Kaiserslautern. In: RG 2, 235-238, 1970.
- HAENEL, R.: Heat Flow Measurements and a First Heat Flow Map of Germany. Z.Geophys. 37, 975-992, 1971.
- HARJES, H.-P.: Einführung in die Theorie und Anwendung digitaler Filter. Inst.Geophys.Meteorol.Tech.Univ. Braunschweig Gamma 4, 1969.
- HERMANCE, J.F.: Processing of Magnetotelluric Data. Phys. Earth Planet.Inter. 7, 349-364, 1973.
- HERMANCE, J.F. and W.R. PELTIER: Magnetotelluric Fields of a Line Current. J.Geophys.Res. 75, 3351-3356, 1970.
- HIBBS, R.D. and F.W. JONES: Apparent Resistivity Calculations for Laterally Inhomogeneous Structures. Phys. Earth Planet.Inter. 5, 184-189, 1972.
- HOMILIUS, J. und E.-K. BLOHM: Modell zur Interpretation der geoelektrischen Tiefensondierung im Rheingraben 1967. Z.Geophys. 39, 441-459, 1973.
- HUNSCHKE, U.: Bestimmung des Übertragungstensors in der Magnetotellurik mit Hilfe digitaler Filter. Dipl.Arb. Inst.Geophys.Meteorol.Tech.Univ.Braunschweig, 1972.
- ILLIES, J.H.: Development and Tectonic Pattern of the Rhinegraben. In: RG 1, 7-9, 1967.
- ILLIES, J.H.: Der Oberrheingraben. In: Fridericiana, Z.Univ Karlsruhe 9, 1971.
- ILLIES, J.H.: Taphrogenesis and Plate Tectonics. In: RG 3, 433-460, 1974.

- JONES, F.W.: Induction in Laterally Non-uniform Conductors: Theory and Numerical Models. Phys.Earth Planet. Inter. 7, 282-293, 1973.
- JONES, F.W. and A.T. PRICE: The Perturbation of Alternating Geomagnetic Fields by Conducting Anomalies. Geophys. J. 20, 317-334, 1970.
- JONES, F.W. and L.J. PASCOE: A General Computer Program to Determine the Perturbation of Alternating Electric Currents in a Two-dimensional Model of a Region of Uniform Conductivity with an Embedded Inhomogeneity. Geophys.J. 24, 3-30, 1971.
- KEMMERLE, K.: Magnetotellurik am Nordrand der Bayerischen Alpen entlang eines Profils vom Chiemsee bis Reit im Winkel. Dipl.Arb.Inst.f.Angew.Geophysik Univ. München, 1973.
- KERTZ, W.: Filterverfahren in der Geophysik. Gerl.Beitr. Geophys. 75, 1-33, 1965.
- KERTZ, W.: Einführung in die Geophysik I und II. B.I. Hochschultaschenbücher 275/275a und 535a/b Mannheim, 1969 und 1971.
- KERTZ, W.: Statistik geophysikalischer Beobachtungen. Inst. Geophys.Meteorol.Tech.Univ.Braunschweig, 1970.
- KIESSLING, W.: Untersuchung der Variation des erdelektrischen und erdmagnetischen Feldes im Oberpfälzer Wald zur Bestimmung der elektrischen Leitfähigkeit in größeren Tiefen mit der Methode der Magnetotellurik. Dipl. Arb.Inst.f.Angew.Geophysik München, 1970.
- LAHIRI, B.N. and A.T. PRICE: Electromagnetic Induction in Non-uniform Conductors, and the Determination of the Conductivity of the Earth from Terrestrial Magnetic Variations. Phil.Trans.Roy.Soc. London 237 A, 509-540, 1939.
- LAMB, H.: On Electrical Motions in a Spherical Conductor. Phil.Trans.Roy.Soc. London 174 A, 519-549, 1883.
- LAMONT, J.v.: Der Erdstrom und der Zusammenhang desselben mit dem Magnetismus der Erde. Verl.L.Voss Leipzig, 1862.
- LATKA, R.: Modellrechnungen zur Induktion im elektrisch leitfähigen Untergrund. Z.Geophys. 32, 512-517, 1966.

- LIGHTHILL, M.J.: Theorie der Fourier-Analysis. B.I. Hochschultaschenbücher 139 Mannheim, 1966.
- LOSECKE, W.: Ergebnisse magnetotellurischer Messungen bei Speyer. In: RG 2, 242-244, 1970.
- MCDONALD, K.L.: Penetration of the Geomagnetic Secular Field through a Mantle with Variable Conductivity. J. Geophys.R. 62, 117-141, 1957.
- MEISSNER, R., H. BERCKHEMER, R. WILDE and M. POURSADEG: Interpretation of Seismic Refraction Measurements in the Northern Part of the Rhinegraben. In: RG 2, 184-190, 1970.
- MUELLER, W.: Horizontalschichtinterpretationen mit Hilfe des Umkehrverfahrens von D.W. MARQUARD. In: TS 6, 1974.
- MUELLER, St. and L. RYBACH: Crustal Dynamics in the Central Part of the Rhinegraben. In: RG 3, 379-388, 1974.
- NAGEL, H.-E.: Digitale Filter zur Auswertung gemessener Zeitfunktionen im Rahmen der Erdmagnetischen Tiefensondierung. In: TS 4, 78-88, 1969.
- NAUMANN, E.: Tiefensondierung im Oberrheingraben. Dipl. Arb.Inst.Geophys.Meteorol.TechUniv.Braunschweig, 1970.
- PEČOVÁ, J., O. PRAUS, M. TOBYÁŠOVÁ: A Study of the Electric Conductivity of the Earth's Mantle from Magnetotelluric Measurements of Budkov (CSSR) Station. Stud.Geophys. Geod. 10, 184-203, 1966.
- PRICE, A.T.: The Induction of electric Currents in Non-uniform Thin Sheets and Shells. Quart.J.Mech.Appl.Math. 2, 283-310, 1949.
- PRICE, A.T.: The Theory of Magnetotelluric Methods When the Source Field Is Considered. J.Geophys.Res. 67, 1907-1918, 1962.
- PRICE, A.T.: Electromagnetism Within the Earth. In: Physics of Geomagnetic Phenomena. Edited by S.Matsushita & W.H. Campbell. Academic Press N.York and London, 1967.
- PRICE, A.T.: The Theory of Geomagnetic Induction. Phys. Earth Planet.Inter. 7, 227-233, 1973.
- PARKER, R.L.: The Inverse Problem of Electrical Conductivity in the Mantle. Geophys.J. 22, 121-138, 1970.

- PARKINSON, W.D.: Directions of Rapid Geomagnetic Fluctuations. Geophys.J. 2, 1-14, 1959.
- PARKINSON, W.D.: An Analysis of Geomagnetic Diurnal Variation During the International Geophysical Year. Gerl. Beitr.Geophys. 80, 199-232, 1971.
- REICHENBACH, H. und St. MUELLER: Ein Krusten-Mantel-Modell für das Riftsystem um den Rheingraben, abgeleitet aus der Disperion von Rayleigh-Wellen. In: RG 3, 348-354, 1974.
- REITMAYR, G.: Auswertung von Messungen des erdelektrischen und erdmagnetischen Feldes auf einem Profil quer über den Oberrhein-Graben. Dipl.Arb.Inst.f. Angew.Geophysik Univ.München, 1971.
- REITMAYR, G.: Räumliche Verteilung und Periodenabhängigkeit der Vorzugsrichtung des erdelektrischen Feldes und erste Ergebnisse der Auswertung von magneto-tellurischen Messungen auf einem Profil über den Rheingraben. In: TS 5, 155-177, 1971.
- REITMAYR, G.: Die bevorzugten Polarisationsrichtungen des natürlichen erdelektrischen Feldes im Gebiet des Oberrhein-Grabens. Z.Geophys. 38, 103-119, 1972.
- REITMAYR, G.: Die elektrische Leitfähigkeit im oberen Erdmantel unter dem Rheingraben, bestimmt mit Methoden der Magnetotellurik und der Erdmagnetischen Tiefenson-dierung. In: TS 6, 1974.
- RHINEGRABEN RESEARCH GROUP FOR EXPLOSION SEISMOLOGY: The 1972 Seismic Refraction Experiment in the Rhinegraben - Rirst Results. In: RG 3, 122-137, 1974.
- RIKITAKE, T.: Electromagnetism and the Earth's Interior. Elsevier Pub.Comp. Amsterdam, 1966.
- RIKITAKE, T.: Global Electrical Conductivity of the Earth. Phys.Earth Planet.Inter. 7, 245-250, 1973.
- RÖWER, P. und K. STROBACH: Variationen der P_n -Geschwindigkeiten von Erdbebenwellen im Gebiet des Rheingrabens. In: RG 1, 121-122, 1967.
- RÜLKE, O.: Specific Resistivity of the Graben Fill. In: RG 1, 66-67, 1967.
- SCHMUCKER, U.: Zwei neue Verfahren zur Bestimmung des erdelektrischen Widerstandes als Funktion der Tiefe aus erdmagnetischen und erdelektrischen Beobachtungen. In: TS 4, 134-147, 1969.

- SCHMUCKER, U.: Anomalies of Geomagnetic Variations in the Southwestern United States. Bull.Scripps Inst.Oceanogr. Univ.Calif. 13, 1970a.
- SCHMUCKER, U.: An Introduction to Induction Anomalies. J.Geomagn.Geoelec..22, 9-33, 1970b.
- SCHMUCKER, U.: Interpretation of Induction Anomalies above Nonuniform Surface Layers. Geophysics 36, 156-165, 1971.
- SCHMUCKER, U.: Regional Induction Studies: A Review of Methods and Results. Phys.Earth.Planet.Inter. 7, 365-378, 1973.
- SCHMUCKER, U.: Erdmagnetische Tiefensondierung mit langperiodischen Variationen. In: TS 6, 1974.
- SHEELKE, I.: Bestimmung des Impedanzensors mit Methoden der statistischen Frequenzanalyse. In: TS 5, 77-87, 1971.
- SHEELKE, I.: Magnetotellurische Messungen im Rheingraben und ihre Deutung mit zweidimensionalen Modellen. Inst. Geophys.Meteorol.Tech.Univ.Braunschweig Gamma 20, 1972.
- SHEELKE, I.: Models for the Resistivity Distribution from Magnetotelluric Soundings. In: RG 3, 362-365, 1974.
- SCHUSTER, A.: The Diurnal Variation of Terrestrial Magnetism. Phil.Trans.Roy.Soc. London 208 a, 467-512, 1889.
- SENGPIEL, K.-P.: Das induzierte erdelektrische Feld im süddeutschen Alpenvorland und seine Abhängigkeit vom Untergrund, untersucht mit neuen Methoden der Auswertung und Interpretation. Diss.Naturwiss.Fak.Univ.München, 1968.
- SENGPIEL, K.-P., V. HAAK: The Natural Time-Varying Earth-Electric (Telluric) Field along a Profile across the Rhinegraben and First Results of Evaluation. In: RG 1, 123-126, 1967.
- SHANKS, J.L.: Recursion Filters for Digital Processing. Geophysics 32, 33-51, 1967.
- SIEBERT, M.: Ein Verfahren zur unmittelbaren Bestimmung der vertikalen Leitfähigkeitsverteilung im Rahmen der erdmagnetischen Tiefensondierung. Akad.d.Wiss.Göttingen, II.Math.-Phys.Klasse Nr.2, 1964.
- SIEBERT, M.: Zur Verwendung von Induktionspfeilen bei der erdmagnetischen Tiefensondierung. In: TS 4, 163-176, 1969.

- SIEBERT, M. und W. KERTZ: Zur Zerlegung eines lokalen erdmagnetischen Feldes in äußeren und inneren Anteil. Akad.d.Wiss.Göttingen, II.Math.-Phys.Klasse Nr.5, 1957.
- SIMS, W.E. and F.X. BOSTIK Jr.: Methods of Magnetotelluric Analysis. Elec.Res.Center Univ.Texas Austin, Techn.Rep. 58, 1969.
- SWIFT, C.M.Jr.: A Magnetotelluric Investigation of an Electrical Conductivity Anomaly in the South-Western United States. Thesis Dep.Geol.Geophys., M.I.T., Cambridge Mass., 1967.
- TOZER, D.C.: The Electrical Properties of the Earth's Interior. In: Physics and Chemistry of the Earth. Edited by L.H. Ahrens et al., Pergamon London 3, 414-436, 1959.
- UNTIEDT, J.: Über den linearen Zusammenhang zwischen den Komponenten erdmagnetischer Variationen und seine Bedeutung für die erdmagnetische Tiefensondierung. Akad. d.Wiss.Göttingen, II.Math.-Phys.Klasse Nr.1, 1964.
- UNTIEDT, J.: Conductivity Anomalies in Central and Southern Europe. J.Geomagn.Geoelc. 22, 131-149, 1970.
- YUKUTAKE, T.: Attenuation of Geomagnetic Secular Variation Through the Conducting Mantle of the Earth. Bull.Earthqu. Res.Inst.Univ.Tokyo 37, 131-149, 1970.
- WEIDELT, P.: The Inverse Problem of Geomagnetic Induction. Z.Geophys. 38, 257-290, 1972.
- WEIDELT, P.: Modellrechnungen zur elektromagnetischen Induktion in dreidimensionalen Strukturen. In: TS 6, 1974.
- WERNER, D. und F. DOEBL: Eine geothermische Karte des Rheingrabenuntergrunds. In: RG 3, 182-191, 1974.
- WIESE, H.: Geomagnetische Tiefentellurik Teil II: Die Streichrichtung der Untergrundstrukturen des elektrischen Widerstandes, erschlossen aus geomagnetischen Variationen. Geof.pura e appl. 52, 83-103, 1962.
- WILSON, J.T.: Preface. In: Continents Adrift. Readings from Scientific American, San Francisco, 1972.
- WINTER,, R.: Der Oberrheingraben als Anomalie der elektrischen Leitfähigkeit, untersucht mit Methoden der Erdmagnetischen Tiefensondierung. Diss.Math.-Naturwiss. Fak.Univ.Göttingen, 1973.

WINTER, R.: A Model for the Resistivity Distribution from Geomagnetic Depth Soundings. In: RG 3, 369-375, 1974.

WRIGHT, J.A.: The Magnetotelluric and Geomagnetic Response of Two-Dimensional Structures. Inst.Geophys.Meteorol. Tech.Univ.Braunschweig Gamma 7, 1969.

In den letzten Jahren wurden in der BRD Kolloquien über die Probleme der Erdmagnetischen Tiefensondierung veranstaltet. Die Protokolle der dort gehaltenen Vorträge wurden gesammelt und in jeweils einem Band herausgegeben. In obigem Literaturverzeichnis sind diese mit der Abkürzung TS bezeichnet:

- TS 1: Protokoll über das Kolloquium "Erdmagnetische Tiefensondierung" in KASSEL 1962, herausgeg.v. Inst.Geophys.Meteorol.Tech.Univ.Braunschweig.
- TS 2: "- SALZGITTER-LEBENSTEDT 1963, herausgeg.v. Inst.Geophys.Meteorol.Tech.Univ.Braunschweig.
- TS 3: "- GOSLAR 1965, herausgeg.v. Inst.Geophys.Univ.Göttingen.
- TS 4: "- RHEINHAUSEN b. Göttingen 1969, herausg.v. Inst.Geophys.Univ.Göttingen.
- TS 5: "- ROTHENBERGE b. Münster 1971, herausgeg. Inst.Geophys.Univ.Göttingen.
- TS 6: "- GRAFRATH b. München 1974, herausgeg.v. Inst.Angew.Geophys.Univ.München (im Druck).

Zu den Problemen der Grabenbildung, speziell des Rheingrabens, erschienen drei Sammelbände, in obigem Literaturverzeichnis mit der Abkürzung RG bezeichnet:

- RG 1: THE RHINEGRABEN PROGRESS REPORT 1967. Abh.Geol.Landesamt Baden-Württemberg 6, 1967.
- RG 2: GRABEN PROBLEMS. Edited by J.H. Illies and St. Mueller. Schweitzerbart'sche Verlagsbuchhandlung Stuttgart, 1970.
- RG 3: APPROACHES TO TAPHROGENESIS. Edited by J.H. Illies. and K. Fuchs. Schweitzerbart'sche Verlagsbuchhandlung Stuttgart, 1974.

Die vorliegende Arbeit wurde am Institut für Angewandte Geophysik der Universität München angefertigt. Dem Direktor des Instituts, meinem verehrten Lehrer Prof.Dr.G. Angenheister schulde ich ganz besonderen Dank. Seit meinen "ersten Gehversuchen auf dem Parkett der Geophysik" vor nahezu zehn Jahren verdanke ich die Formung des "Geophysikalischen" in meiner Person ganz wesentlich seiner fachlichen Autorität.

Sehr wohl gefühlt habe ich mich im anregenden "Klima" der am Institut tätigen Arbeitsgruppe "Geoelektrik", der die Herren M.Beblo, Dr.A.Berktold, Dr.S.Greinwald (bis zum Jahre 1973), Dr.V.Haak und K.Kemmerle angehören und in der auch ich seit etwa vier Jahren mitarbeiten durfte. Für zahllose (hoffentlich) fruchtbare Diskussionen und selbstlose Hilfestellungen in theoretischen, rechentechnischen, elektronischen, organisatorischen (,menschlichen usw.) Problemen kann ich mich einfach nur herzlich bedanken.

Herr Prof.U.Schmucker hat mir Rechenprogramme und mir sehr wichtig scheinende Erkenntnisse "überlassen". Ich fühle mich ihm zu großem Dank verpflichtet.

Herr Prof.H.Soffel hat dankenswerterweise die vorliegende Arbeit kritisch durchgesehen und eine Menge Fehler und Unklarheiten zu beseitigen geholfen.

Die Feldmessungen und die numerischen Rechnungen auf der Anlage des Leibniz-Rechenzentrums der Bayer. Akademie der Wissenschaften wurden finanziell von der Deutschen Forschungsgemeinschaft unterstützt.

Lebenslauf

Am 6.10.1943 wurde ich in Schlichtenberg, Krs. Wolfstein (Bayer. Wald) geboren als jüngster der drei Söhne des Forstbeamten Sigmund Reitmayr und seiner Ehefrau Elisabeth, geb. Götz. Kindheit und Volksschulzeit verbrachte ich in dem niederbayerischen Dorf Forsthart (Krs. Vils-hofen). Im Jahre 1954 begann meine Laufbahn als Gymnasiast, die ich 1963 mit der Reifeprüfung an der Oberrealschule in Passau abschloß. Bis zur Immatrikulation an der Universität München im WS 1965/66 verbrachte ich zwei Jahre als Soldat bei der Bundeswehr. Im Frühjahr 1968 legte ich die Diplomvorprüfung und 1971 die Diplomhauptprüfung im Fach Geophysik ab. Als wissenschaftlicher Mitarbeiter von Prof. Angenheister war ich von Jan. bis Juni 1971 in Äthiopien um magnetotellurische Messungen durchzuführen. Ein Jahr später war ich nochmals dort mit einer Forschungsgruppe, die sich sprengseismische Untersuchungen zum Ziel gesetzt hatte. Seit zwei Jahren erhalte ich ein Stipendium nach dem Graduierten-Förderungs-Gesetz zur Anfertigung einer Dissertation.

